PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 12. 15. Juni 1919. Redaktionsschluß für No. 14 am 25. Juni 1919. 20. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

W. Kossel, Über die Zusammensetzung des Atomkerns und seine Neigung zum Zerfall. S. 265.

G. Laski, Ultrarote Eigenfrequenzen zweiatomiger Bohrscher Gasmoleküle und die spezifische Wärme bei hohen Temperaturen. S. 269.

F. Jung, Schwerefeld und Krümmung. S. 274.

J. E. Lilienfeld, Die sichtbare Strahlung des Brennfleckes von Röntgenröhren. S. 280.

H. Senftleben u. E. Benedict, Objektive Demonstration der Eigenschaften trüber Medien an leuchtenden Kohlenstoffflammen. S. 282.

Ad. Lindemann, Beugungsbilder einiger Fälle Fraunhoferscher Partiegitter. S. 283.

Personalien. S. 284.

Vorlesungsverzeichnis f. das Sommersemester 1919. S. 285.

Angebote. S. 288.

Gesuche. S. 288.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Zusammensetzung des Atomkerns und seine Neigung zum Zerfall.

Von W. Kossel.

Im periodischen System findet es sich bekanntlich häufig, daß Elemente, die in der Ordnungszahl um 2 Einheiten differieren, sich im Atomgewicht um 4 Einheiten[1]) unterscheiden. Sie unterscheiden sich also in beiden um die dem Heliumkern zukommenden Größen und verhalten sich, als seien sie durch einen α-Zerfall verbunden. Da der Habitus der Atomgewichte so mit der einzigen Art von Kerntrennung übereinstimmt, die wir bisher kennen, liegt es nahe, die Folgen der Annahme zu betrachten, die Atomkerne seien völlig oder ganz überwiegend aus *He*-Kernen aufgebaut. Wir betrachten zwei Folgerungen aus dieser Annahme.

1.

Der Aufbau aus *He*-Kernen läßt sich glatt bei einer Reihe von Elementen aus dem Anfang des Systems durchführen, bei denen Ordnungszahl und Gewicht übereinstimmende *He*-Multipla sind:

	C	*O*	*Ne*	*Mg*	*Si*	*S*	
N	6	8	10	12	14	16	
A	12	16	20	24	28	32	
d. i. =	3	4	5	6	7	8	*He*-Einh.

Diese Reihe kann demnach rein aus *He* bestehen und auch auseinander durch α-Zerfall hervorgegangen sein. Das nächsthöhere Glied weicht ab. Das reine 9fache *He*-Multiplum ist nicht mehr beobachtet. Zum Gewicht von 10 *He* ($A = 40$) finden sich zwei Vertreter, dies Multiplum erscheint nur z. T. richtig mit der Ordnungszahl 20 als Calcium, zum anderen Teil ist die Ordnungszahl um zwei Einheiten zu niedrig, es erscheint als Argon an der Stelle 18. Da dessen Gewicht deutlich auf ein *He*-Multiplum hinweist, nehmen wir an, daß dieser Kern aus 10 *He* besteht, aber außerdem 2 Elektronen enthält. Der Platz 18, der bei Fortsetzung der reinen *He*-Multipla, die nur α-Strahlung abgeben können, das Gewicht 36 enthalten sollte, enthält also ganz überwiegend eine β-strahlungsfähige Isotope vom Gewicht 40. Mit diesem ersten Auftreten von Isotopen ist die Möglichkeit von Gemischen gegeben und so tritt bald nachdem die einfachen *He*-Multipla (die Übereinstimmung in Grundzahl und Gewicht) verlassen sind, rasch eine weitgehende Verwischung der Ganzzahligkeit auch in den Gewichten für sich auf[1]). Eine Strecke weit ist die Multiplizität mit 4 immerhin noch deutlich zu erkennen, es folgt auf das obige:

	Ca	*Ti*	*Cr*	*Fe*	
A	40,1	48,1	52,0	55,8	
d. i.	10	12	13	14	*He*-Gewichte
N	20	22	24	26	
d. i.	10	11	12	13	*He*-Ladungen
also	0	2	2	2	Kern-Elektronen,

worauf sich die Gewichte noch mehr verwischen und bald die Annahme von noch mehr Kern-Elektronen nötig wird. Wegen der einfachen Additivität aller Größen läßt sich indessen auch aus einem Gemisch, von dem jede Komponente aus *He*-Kernen und Elektronen aufgebaut ist, ein „mittlerer" Elektronengehalt ebenso berechnen, wie aus dem reinen Element. Wir erhalten daraus also dennoch den Elektronen-

1) Rydberg, Zeitschr. f. anorg. Chem. **14**, 80, 1890.

1) Hier liegt meiner Meinung nach der Grund für die von Harkins bei einem ähnlichen Versuch (Harkins u. Hull, Zeitschr. f. anorgan. Chem. **95**, 20, 1916) beanstandete „plötzliche Änderung beim Atomgewicht 59", „deren Ursache nicht ersichtlich" sei. Dies Verhalten entspricht so völlig dem, worauf man mit der Möglichkeit von Isotopen gefaßt sein muß, daß es kein Grund sein darf, sich von der Untersuchung der Konsequenzen reinen *He*-Aufbaus abhalten zu lassen.

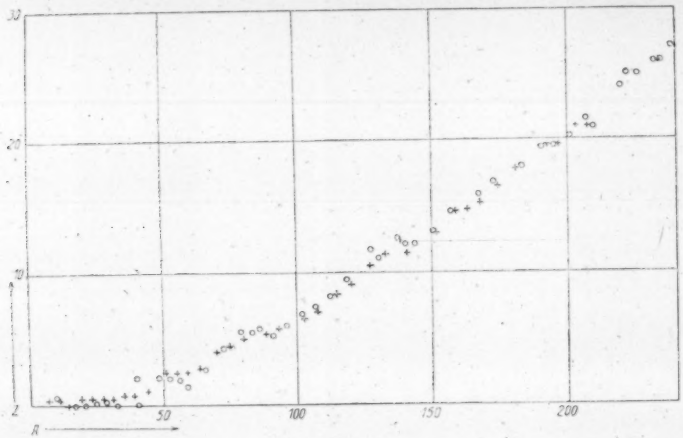


Fig. 1.

gehalt als Funktion des Gewichts und auf diese Funktion, die uns aussagt, wieviel Elektronen ein aus einer bestimmten Anzahl von *He*-Kernen aufgebauter Kern an sich zu ziehen pflegt, kommt es uns an.

Wir benutzen nun dazu auch die ungerade Reihe, da der ursprüngliche fremdartige Bestandteil $A = 3$, $N = 1$, auf den sich, vom N abgesehen, nachher lauter *He*-Einheiten aufzubauen scheinen:

	Li	*B*	*N*	*F*	*Na*	*Al*	*P*	*Cl*	*K*
$N =$	3	5	7	9	11	13	15	17	19
$A =$	6,94	11,0	14,0	19,0	23,0	27,1	31,0	35,5	39,1
Diff.		1	2		1	1	1	1	1 *He*-Einh.

nur eine kleine Korrektion ausmacht, über deren Größe man sich jederzeit Rechenschaft ablegen kann. Wir wollen hier so rechnen, als sei auch bei ihm, wie beim *He* und seinen Multipla,

$$N = \frac{A}{2}.$$

Ganz allgemein gibt dann das Zurückbleiben des N hinter der einem reinen *He*-Komplex zukommenden Kernladung $\frac{A}{2}$ die Zahl der neutralisierenden Elektronen an.

Die Fig. 1 gibt $z = \frac{A}{2} - N$, den Elektronengehalt, als Funktion des Atomgewichts A. Während bei den chemischen, optischen und allen den anderen Eigenschaften, die von den äußeren Elektronen abhängen, deren Zahl N die bestimmende unabhängige Variable ist, hat hier wieder in der früher gewohnten Weise das Atomgewicht A als unabhängige Variable zu gelten, da es die Zahl der *He*-Bestandteile mißt. Elemente mit geradem und ungeradem N sind mit verschiedenen Zeichen eingetragen, da beide Reihen jedenfalls in sich enger zusammenhängen, als eine mit der anderen. Es ist also von Bedeutung, daß sie, einzeln betrachtet — wie man besonders deutlich an getrennter Zeichnung erkennt — einen ganz analogen Verlauf des z ergeben, sogar in Einzelheiten.

Wir stellen fest:

1. z ist eine ganz bestimmte Funktion des Atomgewichts. Sie zeigt eine bemerkenswerte geringe Streuung. Zu einem bestimmten Atomgewicht, einer bestimmten Anzahl von *He*-Bausteinen, stellt sich jeweils eine bestimmte Durchschnittszahl von Kern-Elektronen mit bemerkenswerter Genauigkeit ein. Dies weist darauf hin, daß im Kerninnern gewisse Gleichgewichtsbedingungen zwischen positiven und negativen Bestandteilen zu erfüllen sind.

2. Der Verlauf der Funktion im einzelnen zeigt zunächst bei niedrigen A eine Reihe von Elementen, die keine Elektronen enthalten. Sie können also keines β-Zerfalls fähig sein. Dies kann erst etwa vom Atomgewicht 40 an eintreten, wo die ersten Kernelektronen auftauchen und eben hier steht der erste beobachtete β-Strahler, Kalium[1]).

1) Schon vor einigen Jahren erfuhr ich von Herrn Swinne, dem ich von diesem Zusammentreffen erzählte, daß es ihm ebenfalls bereits aufgefallen sei und daß er es bereits in einem Vortrage in der Chem. Geselisch. zu Heidelberg 1914 erwähnt habe. Obwohl sich nicht mehr feststellen ließ, wer zuerst darauf gekommen ist, hat demnach jedenfalls Hr. Swinne diesen Zusammenhang zuerst öffentlich ausgesprochen.

Der hier in Betracht kommende Zerfall ist:

$$\begin{array}{ccccccc} K & \xrightarrow{\beta} & Ca & \xrightarrow{\beta} & Sc & \xrightarrow{\alpha} & K \\ 43 & & 43 & & 43 & & 39 \end{array}$$

Das beobachtete K ($A = 39{,}1$) würde, wenn nur die Glieder der ungeraden Reihe zu ihm beitrügen, $^1/_{40}$ der schwereren Komponente enthalten. Nach der Häufigkeit doppelter β-Zerlegungen und der daraus folgenden und durch andere Indizien (relativ hohe Reinheit der Gewichte, Häufigkeit des Vorkommens) bestätigten Abneigung der geraden und ungeraden Reihe ineinander überzugehen, ist dieser Zerfallsweg als wahrscheinlichster vorwiegend in Betracht zu ziehen. Es fragt sich also auch, ob nicht (analog allen anderen Doppel-β-Zerlegungen, z. B. den Verhältnissen zwischen den beiden Uran) die beim K beobachtete β-Aktivität dem Verlust des zweiten Elektrons, die hervortretendere, raschere β-Strahlung einer kurzlebigeren Komponente, hier also einem kurzlebigen Ca-Isotop zuzuordnen ist. Es erscheint ferner wichtig, daß Sc sorgfältig auf α-Aktivität untersucht wird, was, soviel dem Verfasser bekannt, bisher noch nicht geschehen ist.

3. Der Anstieg ist, roh genommen, linear, eine von der Abszisse $A = 53$ ausgehende Gerade, nach der auf etwa 7,2 Atomgewichtseinheiten ein Zuwachs um ein Elektron erfolgt, approximiert den Verlauf bei höheren Gewichten (etwa von $A = 90$ an) bereits ziemlich weitgehend. Indes ist auch in diesem Gebiet eine leichte Krümmung nicht zu verkennen, die den bei niedrigen Gewichten begonnenen Verlauf fortsetzt. Rein empirisch gibt eine Funktion $(z - 28)^2 = 0{,}04 A^2 + 784$ (eine Hyperbel) gute Näherung.

4. Die Störung des kontinuierlichen Verlaufs rührt von einer gewissen Neigung zur Stufenbildung her. Reine Elemente könnten, wegen der Ganzzahligkeit der dargestellten Größe, überhaupt nur eine Treppe ergeben. Es ist bemerkenswert, daß auch die Gemische dergleichen erkennen lassen und zwar, wie an Einzelzeichnungen klar hervortritt, in beiden Elementreihen übereinstimmend. Ganz klar tritt in beiden eine Stufe $z = 2$ hervor, — hier haben wir offenbar noch sehr reine Elemente — weiterhin erscheint $z = 6$ und, weniger deutlich, aber wegen der Übereinstimmung in beiden Reihen doch beachtenswert, $z = 12$ hervor. Dies Auftreten ausgeprägter Stufen zeigt, daß bestimmte Kernelektronen-Zahlen bevorzugt sind, also offenbar wegen besonderer Stabilität besondere Langlebigkeit besitzen und deshalb auch in der Häufigkeit hervortreten. Alle bevorzugten Zahlen sind Multipla von 2. Dies steht offenbar damit in Zusammenhang, daß beim beobachtbaren Zerfall auf eine erste β-Abgabe stets rasch eine zweite folgt, — die Elektronen pflegen das Kerninnere paarweise zu verlassen, sind im Kern also anscheinend paarweise gebunden. Die Unbeeinflußbarkeit des Materials, die Unmöglichkeit damit zu experimentieren, zwingt uns hier, ähnlich wie in der Astronomie, auf jede derartige Einzelheit aufmerksam zu sein.

2.

Wenn, wie unsere Statistik der stabileren Elemente nahe legt, die relative Elektronenzahl im Kern von einem bestimmten Gleichgewichtsgesetz beherrscht wird, fragt sich, ob die Rücksicht auf dies Gleichgewicht nicht auch in den Gesetzen des rascheren, für uns beobachtbaren radioaktiven Zerfalls zu erkennen ist. Bis jetzt besitzen wir noch gar keinen rationellen Zusammenhang der Zerfallskonstanten mit irgendwelchen Vorstellungen über die Kernzusammensetzung.

Nach dem Gedanken, den wir verfolgen, besteht der Kern aller Elemente (bis auf eine für die radioaktiven Atomgewichte verschwindende Zufügung in der ungeraden Reihe) nur aus He-Einheiten und Elektronen. Die beobachteten Zerfallsarten (α und β) erlauben also vollständigen Abbau des Kernmaterials. In unserer Darstellungsweise, mit der wir nun nochmals das Gebiet höchster Atomgewichte in größerem Maßstabe vornehmen (Fig. 2) repräsentiert also die Lage einer Atomart völlig ihre Zusammensetzung, da jede Komponente durch eine Koordinate wiedergegeben wird. Wählen wir nun die Maßstäbe so, daß in beiden gemeinsam die Elementarladung die Einheit bildet, so ist ein α-Zerfall, als Verlust zweier positiver Elementarquanten, durch einen Schritt um zwei Einheiten nach links, ein β-Zerfall, als Verlust eines negativen Elementarquantums, durch einen Schritt um eine Einheit abwärts darzustellen. Man erhält so für die Uran-Radium- und die Thorium-Reihe (die Ac-Reihe können wir wegen der Zweifel über das Atomgewicht noch nicht benutzen) die eingezeichneten Linienzüge. Isotopen erscheinen auf unter 45^0 geneigten Geraden. Diese sind mit der Nummer der Spalte bezeichnet, die die Plejade im periodischen System einnimmt. a ist die Gerade, die im Gebiet der mittleren Atomgewichte den Verlauf von z genügend genau darstellt, die genauere Darstellung (b) verläuft etwas höher, von der Gruppe $Hg\ Tl\ Pb$ auf Ur I zu.

Zunächst ist allgemein festzustellen, daß der Abbau sich sehr nahe um den Verlauf des mittleren Elektronengehalts herumbewegt, den die langlebigsten Elemente zeigen und der das Verhalten der leichteren, stabilen Elemente fort-

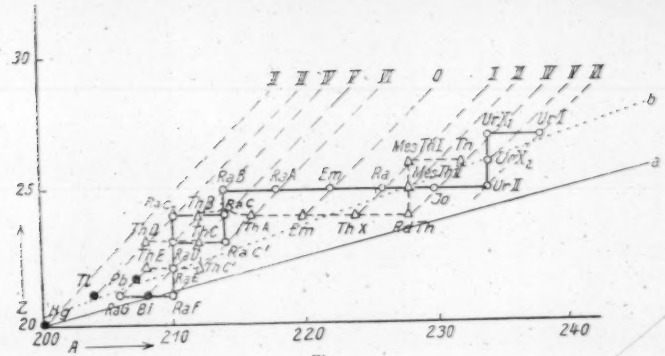


Fig. 2.

setzt. Insbesondere sind die Endprodukte, nach allgemein zu hohem Elektronengehalt im Gebiet der aktiven Niederschläge, wieder völlig normal.

Da jedes Element beide Bestandteile enthält, ist prinzipiell jedes sowohl α- als β-Strahler. Die Zerfallsgeschwindigkeit haben wir nun als Maß der Wahrscheinlichkeit zu betrachten, mit der ein bestimmter Zerfall erfolgt. Im allgemeinen überwiegt eine Art völlig, so daß das Element schlechthin als α- oder β-Strahler gilt. Nur die Elemente an den Verzweigungsstellen, bei denen die Wahrscheinlichkeiten für beide Möglichkeiten von vergleichbarer Größenordnung sind, lassen die Allgemeinheit beider Wege erkennen. Herr Fajans hat, indem er auf die Notwendigkeit solcher Auffassung nachdrücklich hinwies, hier die Einzelwahrscheinlichkeiten für beide Wege aus dem Verzweigungsverhältnis berechnet.

Hängt nun die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Zerfall einer Art eintritt, mit der Abweichung des Elements vom normalen Elektronengehalt irgendwie zusammen? — Man könnte zunächst etwa allgemein das Bestreben erwarten, Abweichungen um so rascher rückgängig zu machen, je größer sie sind. In der Tat wird diese Erwartung bestätigt, wenn man bei der Betrachtung ganze Gruppen einander folgender Elemente betrachtet: die hohe Geschwindigkeit etwa, mit der jeweils das Gebiet der aktiven Niederschläge passiert wird, stimmt damit überein, daß hier die maximalen Abweichungen vom normalen Verlauf des Elektronengehalts vorliegen. Indes reicht dies Prinzip nicht hin, das Verhalten des einzelnen Elements zu bestimmen, — man braucht etwa nur die Reihe einander folgender α-Strahler vom *Ur* II bis zum *RaA* ins Auge zu fassen, in der die Zerfallsgeschwindigkeit stets steigt, obwohl dadurch die Abweichung vom normalen Verlauf naturgemäß immer rascher zunimmt, um zu erkennen, daß es zwischen einzelnen Elementen, wenigstens solchen verschiedener Ordnungszahl, nicht zutrifft.

Vergleicht man aber Elemente gleicher Gesamtladung des Kerns, Isotope, untereinander, so erhält man das Erwartete. Der relative Elektronengehalt, d. h. das Verhältnis $\frac{\text{Zahl der } \beta\text{-Teilchen}}{\text{Zahl der } \alpha\text{-Teilchen}}$ im Kern, das mit $\frac{z}{A}$ proportional ist, ist auch hier von Element zu Element verschieden (steigt mit dem Atomgewicht). Die bekannten Zerfallsgeschwindigkeiten ergeben nun den Satz:

„Je höher der relative Elektronengehalt eines Atomkerns, desto rascher erfolgt ein Zerfall, der ihn herabsetzt (β) und desto unwahrscheinlicher wird ein Zerfall, der ihn noch mehr erhöht (α)".

Z. B. ist von der Thorium-Plejade das Glied mit dem höchsten relativen Elektronengehalt β-Strahler ($Ur X_1$, $\tau = 23{,}6$ Tage), das nächste bereits α-Strahler, indes noch sehr langsam (*Th*, $\tau = 2{,}5 \cdot 10^{10}$ Jahre), während die beiden folgenden, deren relativer Elektronengehalt immer niedriger wird, durch immer rascheren α-Zerfall ihn zu erhöhen streben (*Io*, $\tau = 1{,}4 \cdot 10^5$ Jahre und *Rd Th*, $\tau = 2{,}9$ Jahre).

Die Glieder einer Plejade scheinen also statistisch unter einheitlicheren Bedingungen zu stehen. Unser Satz faßt die Tatsachen ebenso zusammen, wie die bekannte empirische Regel von Fajans[1]) über den Zusammenhang von Atomgewicht und Lebensdauer in der Plejade. Er erleidet demnach auch die Ausnahme

1) K. Fajans, Le Radium **10**, 171, 1913; diese Zeitschr. **14**, 950, 1913.

bei *RaF*. In ihr liegt ohne Zweifel eine Mahnung, an Einzelheiten des Aufbaus zu denken. Dennoch scheint mir in der weitgehenden Geltung des oben ausgesprochenen Zusammenhangs ein starker Hinweis darauf zu liegen, daß analoge statistische Prinzipien, wie wir sie in der molekularen Welt mit Erfolg anwenden dürfen, auch in den Vorgängen innerhalb des Atomkerns tätig sind.

(Eingegangen 18. Februar 1919.)

Ultrarote Eigenfrequenzen zweiatomiger Bohrscher Gasmoleküle und die spezifische Wärme bei hohen Temperaturen.

Von Gerda Laski.

Einleitung.

Das Bohr-Debyesche Wasserstoffmolekül war bisher das einzige Molekülmodell, an dem verschiedene Erscheinungen durchgerechnet und mit Erfahrungsresultaten übereinstimmend gefunden werden konnten.

Die Auswahl der Hypothesen über die Konstitution anderer Molekülmodelle wird mit wachsender Ordnungszahl der beteiligten Elemente erheblich größer und dementsprechend die quantitative Behandlung physikalischer Fragen komplizierter. Ein verhältnismäßig einfaches Problem jedoch stellt die Berechnung jener Eigenfrequenzen dar, welche auf die Schwingung der Kernmassen im Innern zweiatomiger Moleküle zurückzuführen sind; hier bietet sich auch die Möglichkeit einer Prüfung an der Erfahrung.

Diese Eigenschwingungszahlen lassen sich nämlich bei jenen Substanzen, welche ultrarote Absorptionsbanden zeigen, mit den Schwingungszahlen der Absorptionslinien identifizieren. Aber auch dann, wenn keine solchen Absorptionslinien vorhanden sind, können Molekülschwingungen von ähnlicher Frequenz existieren. Allerdings überzeugt man sich leicht, daß eine solche Schwingung nur dann optisch beobachtbar wird, wenn das Molekül eine elektrische Asymmetrie derart zeigt, daß es während jener Schwingung als Dipol vom periodisch veränderlichen Moment angesehen werden kann.

Stellt man sich auf den Boden der Rutherford-Bohrschen Theorie, dann ist es aber auch bei den symmetrischen Molekülen möglich, auf Grund des jener Theorie entsprechenden Molekülmodells die ultrarote Frequenz zu berechnen. Ein Vergleich der mit Hilfe dieser Frequenz berechneten spezifischen Wärme und der Erfahrungswerte ergibt dann auch hier die Möglichkeit, das Modell auf seine Richtigkeit hin zu prüfen.

Diese Prüfung wird im folgenden vorerst ausgeführt für das bekannte Modell des Wasserstoffmoleküls; dann werden auch Modelle anderer zweiatomiger Gase (Stickstoff und Sauerstoff) in diesem Zusammenhang herangezogen. Beim Modell des Stickstoffs werden sämtliche Möglichkeiten der Elektronenanordnung im äußeren Ringe diskutiert und gezeigt, daß nur jenes Molekülmodell zu einer Übereinstimmung mit der Erfahrung führt, dessen Konfiguration der Anordnung von Elektronen im Stickstoffatom entspricht, wie sie ursprünglich Bohr, später Kossel und schließlich Vegard aus verschiedenen Gesichtspunkten vorgeschlagen haben. Dabei ergibt sich mit zwingender Notwendigkeit die Annahme, daß die inneren Ringe als einquantig, der äußere als zweiquantig anzusetzen sind, genau im Einklang mit der entsprechenden Forderung, die Vegard[1]) auf Grund der Berechnung der Röntgenfrequenzen für das Stickstoffatom stellt. Für das Sauerstoffmolekül werden analoge Betrachtungen durchgeführt.

Ferner wird im folgenden, ohne auf eine Erörterung über Dispersionstheorie einzugehen, nur kurz auf die Tatsache hingewiesen, daß die Sommerfeldschen Dispersionsformeln auf Grund der hier betrachteten Molekülmodelle von Stickstoff und Sauerstoff zu einer besseren Übereinstimmung zwischen dem quantentheoretisch berechneten und dem sogenannten „empirischen" Wert der Umlaufgeschwindigkeit der Elektronen führen, als sie mit Hilfe der Sommerfeldschen Annahme über die Konstitution dieser Moleküle erreicht werden konnte.

§ 1. Die spezifische Wärme c_v der Gase bei hohen Temperaturen.

Nimmt man an, daß die gesamte einem Gase zugeführte Wärmemenge zur Erhöhung der äußeren lebendigen Kraft der Moleküle verwendet wird, so resultiert nach der kinetischen Gastheorie der Betrag $\frac{nR}{2}$ für die bei konstantem Volumen gemessene spezifische Wärme c_v mehratomiger Gase, wobei n die Zahl der Freiheitsgrade der Translation und Rotation, R die Gaskonstante bedeutet. Schreibt man also den zweiatomigen Gasmolekülen temperaturabhängige Rotation in zwei Richtungen zu, so beträgt demnach die spezifische Wärme zweiatomiger Gase:

1) L. Vegard, Verhandl. d. Deutsch. phys. Ges. 19, 343, 1917.

$$\frac{5R}{2} = 4{,}963 \text{ cal.}$$

Dieser Wert stimmt bekanntlich nur für ein gewisses mittleres Temperaturintervall mit der Erfahrung überein. Für tiefe Temperaturen fällt die spezifische Wärme allmählich ab, und zwar im Falle des Wasserstoffs nach den Euckenschen Messungen bis zum Betrage von 2,98 cal, wird also gleich der eines einatomigen Gases. Dieser Abfall der spezifischen Wärme bei tiefen Temperaturen läßt sich nach Einstein-Stern und Ehrenfest durch Quantenansätze für die Energie der Rotation, welche das Molekül als Ganzes ausführt, erklären.

Andererseits zeigen jedoch die Versuche ein allmähliches Ansteigen der spezifischen Wärme mehratomiger Gase bei hohen Temperaturen über den oben angegebenen Wert. Man muß nach Nernst und Bjerrum annehmen, daß demnach bei hohen Temperaturen auch die Energie der intramolekularen Schwingungen der Atome zur Geltung kommt, deren Betrag nach der Planckschen Formel für die Energie eines Oszillators genau so angesetzt werden kann, wie in der ursprünglichen Theorie der spezifischen Wärme fester Körper von Einstein.

Jede aus der Bewegung der Atommassen resultierende Eigenschwingung des Moleküls mit der Schwingungszahl ν_i liefert also zur Gesamtenergie der Volumeinheit den Beitrag:

$$E_i = N \frac{h\nu_i}{e^{\frac{h\nu_i}{kT}} - 1}$$

(N = Loschmidtsche Zahl, h = Planckscher Wirkungsquantum, k = Boltzmannsche Konstante, T = absolute Temperatur) und den Zuwachs der spezifischen Wärme:

$$c_\nu' = \sum_1^{n'} \frac{dE_i}{dT},$$

wenn n' die Zahl der in Betracht kommenden Eigenfrequenzen bedeutet.

Danach berechnet sich die spezifische Wärme zweiatomiger Gase mit einer Eigenschwingung der Atommassen bei hohen Temperaturen nach der Formel:

$$c_v = 4{,}963 + 1{,}985 \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2}. \qquad (1)$$

§ 2. Berechnung der ultraroten Eigenfrequenzen zweiatomiger symmetrischer Moleküle.

Man denke sich ein Bohrsches Molekül, bestehend aus zwei gleichen Kernen 1 und 2 der Masse m und der Ladung $p\varepsilon$ und einem Ringe von $n = 2p$ Elektronen der Masse μ und der Ladung ε, die mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotieren. Die Verbindungslinien der beiden Kerne stehen senkrecht auf der Ringebene und fallen in die Richtung der Z-Achse. Unter den möglichen Bewegungen des Systems betrachten wir nun diejenige, bei der sich die beiden Kerne periodisch längs der Z-Achse gegeneinander bewegen, wobei sie sich um die kleinen Beträge z_1 und z_2 aus der Ruhelage entfernen. Dann führt das ganze System kleine Schwingungen aus, bei denen sich im Rhythmus der Kernbewegung der Elektronenring erweitert und zusammenzieht; entsprechend wird die Umlaufsgeschwindigkeit ω beeinflußt. Dann ändert sich der Radius a des Ringes um den Betrag r, der Polarwinkel φ_k der Elektronen um φ. Diese Störungsgrößen r und φ werden für alle Elektronen als gleich betrachtet.

Handelt es sich um Systeme von drei Elektronenringen, einem äußeren und zwei inneren, wobei jeder der letzteren nur eine kleine Zahl von Elektronen enthält, so kann man bekanntlich in erster Näherung, da der Radius der inneren Ringe und ihr Abstand vom benachbarten Kerne sehr klein ist gegenüber den entsprechenden Größen beim äußeren Ringe, sich die Ladung der inneren Ringe mit dem Kerne vereinigt denken, so daß der positive Kern nach außen um die negative innere Ringladung „abgeschirmt" wird. Mit diesem abgeschirmten Ersatzkern darf man dann näherungsweise so rechnen wie beim System mit nur einem einzigen Ringe.

Die Schwingungszahl ν berechnen wir im folgenden auf Grund der klassischen Mechanik aus den Lagrangeschen Bewegungsgleichungen und führen erst zum Schlusse für die unbekannte Winkelgeschwindigkeit ω ihren quantentheoretischen Wert ein, der aus der Quantenbedingung für den Impuls:

$$\mu a^2 \omega = \frac{kh}{2\pi} \qquad (2)$$

folgt, in der die ganze Zahl $k = 1, 2, 3, \ldots$ die Quantenzahl des Ringes bedeutet.

Bezeichnet d den Abstand eines Kernes von der Ringebene im Ruhezustand, so lauten die Gleichgewichtsbedingungen:

$$\left.\begin{aligned} &\text{a) für die Kerne:} \\ &\frac{n^2\varepsilon^2}{4(2d)^2} = \frac{n^2\varepsilon^2}{2(a^2+d^2)} \cdot \frac{d}{\sqrt{a^2+d^2}}, \\ &\text{b) für ein Elektron: } \mu a w^2 + \\ &+ \frac{\varepsilon^2}{4a^2} \sum_1^n{}^k \frac{1}{\sin \frac{\pi k}{n}} = \frac{n\varepsilon^2}{a^2+d^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+d^2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Daraus berechnet sich: $\delta = \frac{d}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Um Dimensionsgleichheit zu erreichen, führen wir noch statt der Störungsgrößen die Bezeichnungen ein:

$$\varrho = \frac{r}{a}, \quad \xi_1 = \frac{z_1}{a}, \quad \xi_2 = \frac{z_2}{a}.$$

Dann ist die kinetische Energie des Systems:

$$T = \frac{n\mu a^2}{2}\left(\dot\varrho^2 + (1+\varrho)^2(\omega+\dot\varphi)^2\right) + \frac{ma^2}{2}\dot\xi_1^2 + \frac{ma^2}{2}\dot\xi_2^2. \tag{4}$$

Der Ausdruck für die potentielle Energie lautet in den einzelnen Teilen ihrer Wirkung:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Ring: } U_R = \frac{n\varepsilon^2}{4a}\cdot\frac{1}{1+\varrho}\cdot\sum_1^{n-1}{}_k\frac{1}{\sin\frac{\pi k}{n}},\\ &\text{Kern-Ring: } U_{mR} = -\frac{n\varepsilon^2}{2a}\left[(1+\varrho)^2 + \left(\delta + \frac{\xi_1+\xi_2}{2}\right)^2\right]^{-1/2},\\ &\text{Kern-Kern: } U_{mm} = \frac{n^2\varepsilon^2}{4a}\cdot\frac{1}{2\delta+\xi_2-\xi_1}. \end{aligned}\right| \tag{5}$$

Wir entwickeln nun nach den Störungsgrößen und vernachlässigen alle zweiten Potenzen dieser kleinen Beträge: Ebenso vernachlässigen wir das Produkt der kleinen Elektronenmasse μ in eine der Störungsgrößen, außer wenn dieses Produkt mit der großen Winkelgeschwindigkeit ω multipliziert ist.

Somit lauten die Bewegungsgleichungen des Systems:

$$\left.\begin{aligned} &1.\ n\mu a^2\omega(2\dot\varphi + \varrho\omega) = \frac{n\varepsilon^2}{2a}\sum_1^{n-1}{}_k\frac{1}{\sin\frac{\pi k}{n}}\cdot\varrho + \frac{n^2\varepsilon^2}{a(1+\delta^2)^{3/2}}\left(1 - \frac{3}{1+\delta^2}\varrho\right.,\\ &\qquad\left. - \frac{3n^2\varepsilon^2}{2a}\cdot\frac{\delta}{(1+\delta^2)^{5/2}}\cdot(\xi_2-\xi_1).\right.\\ &2.\ 2\dot\varrho n + \ddot\varphi = 0.\\ &3.\ ma^2\ddot\xi_1 = -\frac{n^2\varepsilon^2}{2a}\left|\frac{3\delta}{(1+\delta^2)^{5/2}}\cdot\varrho + \frac{1}{(1+\delta^2)^{5/2}}\left(\frac{3\delta^2}{1+\delta^2}-1\right)\frac{\xi_1+\xi_2}{2}\right| + \frac{n^2\varepsilon^2}{16a}\frac{\xi_2-\xi_1}{\delta^3},\\ &4.\ ma^2\ddot\xi_2 = \frac{n^2\varepsilon^2}{2a}\left|\frac{3\delta}{(1+\delta^2)^{5/2}}\cdot\varrho + \frac{1}{(1+\delta^2)^{5/2}}\cdot\left(\frac{3\delta^2}{1+\delta^2}-1\right)\frac{\xi_1+\zeta_2}{2}\right| - \frac{n^2\varepsilon^2}{16a}\cdot\frac{\xi_2-\xi_1}{\delta^3}. \end{aligned}\right| \tag{6}$$

Durch Elimination und Benutzung der Beziehung (3b) erhalten wir eine Differentialgleichung für die Unbekannte $\xi_2 - \xi_1$, deren periodische Lösung für die Eigenfrequenz die Beziehung:

$$2\pi\nu = \frac{3n}{2}\sqrt{\frac{\mu}{m}}\cdot\omega\sqrt{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3\sqrt{3}\,\frac{n}{2} - \sum_1^{n-1}{}_k\frac{1}{\sin\frac{\pi k}{n}}}\cdot\left(\sqrt{3} - \frac{27}{21\sqrt{3} - \frac{8}{n}\sum_1^{n-1}{}_k\frac{1}{\sin\frac{\pi k}{n}}}\right)} \tag{7}$$

bzw.

$$\nu = c_n\cdot\omega\sqrt{\frac{\mu}{m}}$$

ergibt.

Die Umlaufsgeschwindigkeit ω berechnet sich aus der Quantenbedingung (2) und der Gleichgewichtsbedingung (3b) zu:

$$\omega = \frac{\pi^3 e^4\mu}{2h^3k^3}\left(3\sqrt{3}\,\frac{n}{2} - \sum_1^{n-1}{}_k\frac{1}{\sin\frac{\pi k}{n}}\right)^2 = \frac{2{,}608}{k^3}\cdot 10^{15}\left(3\sqrt{3}\,\frac{n}{2} - \sum_1^{n-1}{}_k\frac{1}{\sin\frac{\pi k}{n}}\right)^2. \tag{8}$$

Aus Gleichung (7) und (8) erhellt, daß die Schwingungszahl ν indirekt proportional ist der Quadratwurzel aus dem Atomgewicht, wobei der Proportionalitätsfaktor nur eine Funktion der Elektronenzahl n und der Quantenzahl k im Ringe ist. Bei gleicher Elektronen- und Quantenzahl im Ringe würden nach dieser Berechnung die Eigenschwingungen mit steigendem Atomgewicht gegen längere Wellen rücken; das bedeutet aber nach (1), daß der Zuwachs der spezifischen Wärmen bei tieferen Temperaturen merklich wird.

Wir stellen in folgender Tabelle I die quantentheoretisch berechneten Umlaufsgeschwindigkeiten ω und die Proportionalitätsfaktoren $c = c_n\omega$ für die Elektronenzahlen $n = 2$ bis $n = 16$ und die Quantenzahl $k = 1$ zusammen.

Tabelle I.

n	2	4	6	8	10	12	14	16
$\omega \cdot 10^{-16}$	4,59	11,1	17,1	24,3	28,9	33,0	36,0	37,5
$\left(c' = \nu \sqrt{\frac{m}{\mu}}\right) 10^{-16}$	0,876	3,18	6,46	10,51	14,44	18,30	21,80	23,01

§ 3. Anwendung auf Wasserstoff.

Das Bohr-Debyesche Wasserstoffmolekül besteht aus zwei einfach geladenen Atomkernen und einem Ringe mit zwei Elektronen. Aus der Quantentheorie folgt für $n = 2$, $k = 1$ für ω der Wert $4{,}59 \cdot 10$. Unter Zugrundelegung dieses Wertes resultiert eine ultrarote Eigenschwingungszahl:

$$\nu = 2{,}04 \cdot 10^{14}.$$

Benutzen wir hingegen den von Debye[1]) aus Dispersionsmessungen an H_2 berechneten Wert $\omega = 4{,}21 \cdot 10^{16}$, dann wird

$$\nu = 1{,}87 \cdot 10^{14}.$$

Zu demselben Wert gelangt J. Rubinowicz[2]) bei Berechnung sämtlicher Eigenfrequenzen des Wasserstoffmoleküls. Die hier betrachtete Schwingung erweist sich durch Vergleich mit Rubinowicz als die einzige des Wasserstoffs, welche im kurzwelligen ultraroten Gebiete liegt. Mit den beiden angegebenen Werten von ν wurden die spezifischen Wärmen vom Wasserstoff bei hohen Temperaturen berechnet (Tabelle II). In der Tabelle sind zum Vergleich die Messungsresultate von M. Pier[3]) beigefügt.

Tabelle II.

T	C_v beob.	C_v berechnet mit ω_{quant}	C_v berechnet mit $\omega_{\text{Dispersion}}$
500°			4,965
1473			5,13
1686	5,34	5,17	5,24
1865	5,42	5,25	5,35
2108	5,52	5,39	5,49
2290	5,61	5,48	5,60
2541	5,72	5,62	5,76

Es ergibt sich also eine gute Übereinstimmung zwischen dem Verlauf der berechneten und gemessenen spezifischen Wärme des Wasserstoffs.

§ 4. Die spezifische Wärme und die Molekülmodelle von N_2 und O_2.

Die Ordnungszahl des Stickstoffs im periodischen System ist 7. Wir werden also im Stickstoffmolekül 14 Elektronen unterzubringen haben. Diese sind der Bohrschen Vorstellung gemäß in drei planparallelen Ringen anzuordnen, deren Zentren auf der Verbindungsgeraden der beiden Kerne liegen. Der mittlere, „äußere" Ring trage die Elektronenzahl $n = 2p$, die inneren mit der Elektronenzahl q liegen so nahe an den Kernen, mit der Ladung $(p + q)\,\varepsilon = 7\varepsilon$, daß man infolge Kompensation eines Teiles der positiven Kernladung mit der negativen Ladung des benachbarten inneren Ringes Ersatzkerne von der Ladung $p\varepsilon = \frac{n}{2}\varepsilon$ einführen kann.

Ehe wir unter dieser Voraussetzung die Eigenfrequenz des aus einem Ringe und zwei Ersatzkernen bestehenden Systems nach den obigen Vorschriften berechnen, suchen wir einen Überblick über die experimentellen Daten für die spezifische Wärme zu gewinnen, um uns zu orientieren, in welchem Intervall die Schwingungszahlen des Stickstoffs liegen müssen. Schließen wir also, indem wir die Zuwächse der spezifischen Wärme bei hoher Temperatur nach der Einsteinschen Formel als Funktion von $\frac{h\nu}{kT}$ graphisch darstellen[1]), aus den experimentell gemessenen c_v von N_2 auf die Schwingungszahlen ν, dann ergibt sich aus den Messungen von Pier für N_2 folgender Zusammenhang:

Tabelle III.

„Empirische" Schwingungszahlen von N_2.

T	C_v beob.	$\nu \cdot 10^{-14}$	C_v ber. (mit $\nu = 1{,}59 \cdot 10^{14}$)
473°	4,73		
903	4,91		
1273	5,25	1,40	5,15
1660	5,31	1,72	5,40
2273	5,78	1,62	5,81
2773	5,93	1,76	6,06

Demnach würde nach den Experimenten die ultrarote Schwingungszahl des Stickstoffs im Intervall $1{,}4$ bis $1{,}8 \cdot 10^{14}$ liegen, entsprechend

1) P. Debye, Sitzungsber. d. Bayr. Akad. d. Wiss. 1915, S. 1.
2) J. Rubinowicz, diese Zeitschr. **18**, 187, 1917.
3) M. Pier, Zeitschr. f. Elektroch. **16**, 897, 1910.

1) Vgl. die Tabelle bei Nernst, Grundlagen des neuen Wärmesatzes, Halle 1918, S. 200. Als Ordinaten ist der dritte Teil der dort angegebenen Funktionswerte zu nehmen.

Tabelle IV.

Berechnete Schwingungszahlen von N_2.

	n	2	4	6	8	10	12	14
$k=1$	$\nu \cdot 10^{-14}$	0,771	2,80	5,68	9,25	12,70	16,20	19,18
$k=2$	$\nu \cdot 10^{-14}$	0,097	0,35	0,71	1,16	1,59	2,02	2,40
$k=3$	$\nu \cdot 10^{-14}$	0,028	0,10	0,21	0,34	0,47	0,60	0,71

den Wellenlängen $\lambda = 2{,}14 - 1{,}70 \cdot 10^{-4}$ cm. Die experimentellen Werte weisen also selbst untereinander Abweichungen von etwa 22 Proz. auf.

Besehen wir dagegen den Verlauf der Schwingungszahlen ν, welche sich für Stickstoff ergeben, wenn wir für die Ringelektronen versuchsweise nacheinander die geraden Zahlen 2—14 und für diese Elektronenzahlen entsprechend der Reihe nach zur Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit im Impulsmoment (2) die Quantenzahlen $k = 1, 2, 3$ annehmen. (Tab. IV.) Die Schwingungszahlen steigen also mit zu-

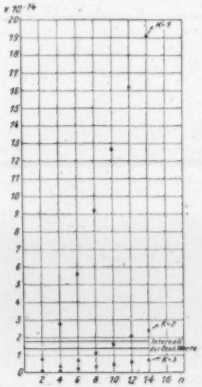


Fig. 1.

nehmendem n kontinuierlich an; dabei nehmen sie mit steigender Quantenzahl k im Verhältnis k^3 ab.

Es erhellt aus der angegebenen Tabelle, daß unter allen bei den verschiedensten Konfigurationen und Quantenzahlen überhaupt möglichen Werten die Schwingungszahl $\nu = 1{,}59 \cdot 10^{14}$ die einzige ist, welche in das Intervall der aus dem Experiment berechneten Frequenzen fällt. Diese Frequenz liefert ein Molekül mit einem äußeren zweiquantigen Ringe von 10 Elektronen. Die graphische Darstellung in Fig. 1, in der die Schwingungsfrequenzen als Funktion der Elektronenzahlen aufgetragen sind, läßt diese Sachlage noch deutlicher hervortreten.

Für Sauerstoff liegen wegen der Schwierigkeit der Experimente keine vollkommen einwandfreien Beobachtungen vor[1]). Mit Sicherheit kann Pier nur behaupten, daß die Kurve für den Verlauf der spezifischen Wärmen von O_2 zwischen den Kurven von N_2 und von H_2 liegt. Die Atomnummer von O_2 ist 8. Das Molekül enthält also 16 Elektronen.

Eine analoge Rechnung wie oben, die hier nicht in extenso wiederholt zu werden braucht, führt nun zu dem Ergebnis, daß die einzige mögliche Eigenfrequenz von O_2 die dieser Bedingung entsprechenden spezifischen Wärmen liefert, nämlich $\nu = 1{,}90 \cdot 10^{-14}$ aus der Annahme der Elektronenzahl $n = 12$ und der Quantenzahl $k = 2$ im äußeren Ringe entspringt.

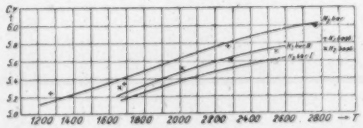


Fig. 2.

Fig. 2 veranschaulicht in Kurven den Gang der berechneten spezifischen Wärmen von H_2, N_2, O_2, wobei die Kreuze die Beobachtungswerte bezeichnen. (Für N_2 vgl. letzte Kolonne von Tab. III.)

§ 5. Bemerkung über die Moleküldimensionen und Umlaufsgeschwindigkeiten.

P. Debye[2]) entwickelte bekanntlich die Dispersionstheorie des Wasserstoffmoleküls auf Grund elektromagnetischer Überlegungen, wobei er die einzelnen Teile seiner Dispersionsformel mit der Cauchyschen Dispersionsformel

$$u - 1 = A\left(1 + \frac{B}{\lambda^2}\right),$$

worin u den Brechungsexponenten, A und B empirisch gemessene Konstanten bedeuten, identifizieren konnte. Auf diesem Wege gelang es ihm, aus seiner Theorie mit Hilfe der empirisch

1) M. Pier, l. c.
2) P. Debye, l. c.

gemessenen Dispersionskonstanten die Umlaufsgeschwindigkeit der Elektronen im äußeren Ringe zu berechnen. Er fand eine sehr gute Übereinstimmung zwischen diesen empirischen Werten der Umlaufsfrequenz mit dem quantentheoretischen Wert. A. Sommerfeld[1]) entwickelte nach denselben Voraussetzungen die Dispersionstheorie für beliebige Moleküle und wandte seine Formeln auf die Berechnung der Dispersion von Stickstoff und Sauerstoff an. Dabei ging er auf Grund von Valenzüberlegungen von anderen Molekülmodellen aus, als sie in vorliegender Notiz betrachtet wurden.

Berechnet man hingegen auf Grund der Sommerfeldschen Dispersionsformeln die Umlaufsgeschwindigkeiten der Elektronen im äußeren Ringe der in vorliegender Notiz betrachteten Molekülmodelle von Stickstoff und Sauerstoff (aus der Konstante A), und vergleicht sie mit den quantentheoretisch berechneten Werten, so ergibt sich, wie folgende Tabelle V zeigt, eine bessere Übereinstimmung als bei den Sommerfeldschen Molekülmodellen.

Tabelle V.

	N_2	O_2
$\omega_{\text{quant.}} \cdot 10^{-16}$	3,65	4,05
$\omega_{\text{Dispersion}} \cdot 10^{-16}$	3,51	3,65
Werte von Sommerfeld		
$\omega_{\text{quant.}} \cdot 10^{-16}$	17,7	11,1
$\omega_{\text{Dispersion}} \cdot 10^{-16}$	3,40	3,48

Die Moleküldimensionen, die sich aus den hier benutzten Modellen berechnen (Durchmesser des äußeren Ringes und Kernabstand), sowie die zugehörigen Trägheitsmomente sind in Tabelle VI zusammengestellt.

Tabelle VI.

	H_2	N_2	O_2
Durchmesser $2a \cdot 10^8$	1,05	1,61	1,50
Kernabstand $d \cdot 10^8$	0,59	0,91	0,87
Trägheitsmoment $I \cdot 10^{40}$	0,29	10,06	7,51

Daraus geht hervor, daß das Trägheitsmoment des Stickstoffs und ebenso das des Sauerstoffs dasjenige des Wasserstoffs um ein beträchtliches Vielfaches überragt.

Zusammenfassend können wir also sagen: Stützt man sich auf die Voraussetzungen und Ergebnisse der vorliegenden Berechnungen, so kann man — mit allem Vorbehalt — im Sinne der Bohrschen Theorie folgende Annahmen über die Molekülmodelle des Stickstoffs und Sauerstoffs machen: Das Modell des Stickstoffmoleküls besteht aus 2 positiven Kernen der Ladung 7ε, im Abstande $d = 9{,}1 \cdot 10^{-9}$ cm voneinander. Nahe an jedem Kerne liegt ein „innerer" Ring von 2 Elektronen, mit sehr kleinem Radius. Der äußere Ring von 10 Elektronen ist zweiquantig und hat den Radius $a = 8{,}05 \cdot 10^{-9}$ cm. Seine Ebene teilt das Molekül in zwei symmetrische Hälften.

Diesem Molekülmodell entspricht ein Atommodell des Stickstoffs, in dem um den Kern sich ein innerer einquantiger Ring von 2 Elektronen und um diesen konzentrisch ein zweiquantiger Ring von 5 Elektronen schließt.

Das Sauerstoffmolekül würde demnach entsprechend aus zwei Kernen von der Ladung 8ε, zwei inneren Ringen von je zwei Elektronen und einem äußeren zweiquantigen Ringe von 12 Elektronen bestehen. Analog wie oben könnte man sich das Sauerstoffatom aus einem einquantigen Ringe von zwei Elektronen und einem zweiquantigen Ringe von sechs Elektronen aufgebaut denken.

Göttingen, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 23. April 1919.)

1) A. Sommerfeld, Elster-Geitel-Festschrift 583 und Ann. d. Phys. 53, 497, 1917.

Schwerefeld und Krümmung.

Von F. Jung.

I.

Auf der linken Seite der Einsteinschen Schwerefeldgleichungen[1]) steht der Tensor

$$R_{\mu\nu} = -\sum_{\alpha}\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}}\left\{\begin{matrix}\mu\nu\\ \alpha\end{matrix}\right\} + \sum_{\alpha\beta}\left\{\begin{matrix}\mu\alpha\\ \beta\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}\nu\beta\\ \alpha\end{matrix}\right\} + \\ + \frac{\partial^2 \lg\sqrt{-g}}{\partial x^{\mu}\,\partial x^{\nu}} - \sum_{\alpha}\left\{\begin{matrix}\mu\nu\\ \alpha\end{matrix}\right\}\frac{\partial \lg\sqrt{-g}}{\partial x^{\alpha}},$$

wo $g = |g_{\mu\nu}|$ die Determinante des „Fundamentaltensors" $g_{\mu\nu}$ ist. Er wird erhalten aus dem Riemann-Christoffelschen Krümmungsaffinor

$$R^{\varrho}_{\mu\sigma\tau} = -\frac{\partial}{\partial x^{\tau}}\left\{\begin{matrix}\mu\sigma\\ \varrho\end{matrix}\right\} + \frac{\partial}{\partial x^{\sigma}}\left\{\begin{matrix}\mu\tau\\ \varrho\end{matrix}\right\} - \\ - \sum_{\alpha}\left\{\begin{matrix}\mu\sigma\\ \alpha\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}\alpha\tau\\ \varrho\end{matrix}\right\} + \sum_{\alpha}\left\{\begin{matrix}\mu\tau\\ \alpha\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}\alpha\sigma\\ \varrho\end{matrix}\right\}$$

durch „Verjüngung" bezüglich τ und ϱ. In einer früheren Mitteilung[2]) habe ich gezeigt,

1) Einstein, Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie, Leipzig 1916.

2) F. Jung, Zur Ableitung der Schwerefeldgleichungen, diese Zeitschr. 19, 61, 1918. Die dortige Bezeichnungsweise wird auch hier verwendet.

daß sich aus dem Hauptaffinor $\overline{\overline{A}}$ durch zweimalige Bildung der Feldableitung ein Tensor $\nabla\frac{1}{2}(\nabla, \overline{\overline{A}})$ gewinnen läßt, welcher sich von $R_{\mu\nu}$ unterscheidet nur durch den Mangel des dritten Gliedes im obigen Ausdrucke. Für $\sqrt{-g}=1$ stimmen beide überein. Die Bildung $\nabla\frac{1}{2}(\nabla, \overline{\overline{A}})$ erscheint unmittelbar als Verallgemeinerung von $\nabla(\nabla\varphi)$, was als linke Seite der Laplace-Poissonschen Gleichung auftritt, wenn φ das Potential bedeutet. Daher liegt es nahe, $\nabla\frac{1}{2}(\nabla, \overline{\overline{A}})$ zur linken Seite der Schwerefeldgleichung zu machen und es fragt sich nun, in welcher Beziehung diese Größe steht zum Riemann-Christoffelschen Affinor. Um den Zusammenhang zu übersehen, müssen wir kurz zurückkommen auf die Bildung des Affinors $\overline{\overline{A}}$ und der Feldableitung.

In einem geraden ebenen Ausdehnungsgebiete m-ter Stufe X_m (Raum von m Ausdehnungen) kann für jeden Punkt ein Verein (Satz) von m Vektoren $\bar{a}_1, \cdots \bar{a}_m$, den Längsvektoren, so angenommen werden, daß kein $\bar{a}_i$ in das Gebiet der übrigen fällt. Ist das Gebiet X_m krumm, so kann man wenigstens m Richtungen oder Linienelemente der genannten Art annehmen. Die endlichen Vektoren in diesen Richtungen werden dann X_m berühren. Der Verein der $\bar{a}_i$ bildet das Längskant des Punktes und dieses ist demnach eine Funktion des Ortes in X_m. Ist das Gebiet X_m krumm, so bestimmt jedes seiner Elemente ein gerades Gebiet m-ter Stufe X'_m, welches X_m berührt und das Längskant $\bar{a}_i$ enthält.

Das krumme Ausdehnungsgebiet X_m können wir uns stets gelegen denken in einem geraden Ausdehnungsgebiete X_n von genügend hoher Stufe n. Innerhalb dieses errichten wir zu jedem Gebiete X_m' im Berührungspunkte das senkrechte gerade Gebiet X'_{n-m} von $(n-m)$-ter Stufe und nehmen in ihm n weitere Vektoren $\bar{a}_{m+1}, \cdots \bar{a}_n$ an, wieder von der Art, daß keiner in das Gebiet der übrigen fällt. $\bar{a}_1, \cdots \bar{a}_n$ bilden dann das Längskant des Berührungspunktes in X_n.

Zu den $\bar{a}_i$ fügen wir im Gebiete X_n hinzu n neue Vektoren $\bar{a}^i$, die Quervektoren, derart, daß $\bar{a}^i$ senkrecht steht auf allen $\bar{a}_k$ außer $\bar{a}_i$, also

$$\bar{a}^i|\bar{a}_k = 0, \quad i \neq k, \tag{1}$$

und von solcher Größe, daß

$$\bar{a}^i|\bar{a}_i = 1.$$

Ihr Verein bildet das Querkant des Berührungspunktes, die $\bar{a}_i$ und $\bar{a}^i$ sind seine Hauptvektoren. Die Quervektoren $\bar{a}^1, \cdots \bar{a}^m$ fallen in das Berührungsgebiet X_m', denn mit $i = 1, \cdots m$ ist die Gleichung (1) befriedigt für

$$k = m+1, \cdots n,$$

die Vektoren $\bar{a}^1, \cdots \bar{a}^m$ stehen somit senkrecht auf $\bar{a}_{m+1}, \cdots \bar{a}_n$, d. h. dem Gebiete X'_{n-m}. Größen, welche ganz in X'_m liegen, werden sich demnach darstellen lassen durch die Vektoren $\bar{a}_1, \cdots \bar{a}_m$ oder $\bar{a}^1, \cdots \bar{a}^m$ allein.

Nach dem Gesagten ist der Einheits- oder Hauptaffinor für X'_m

$$\underset{m}{\overline{\overline{A}}} = \bar{a}^1, \bar{a}_1 + \cdots + \bar{a}^m, \bar{a}_m, \tag{2}$$

für X_n aber

$$\underset{n}{\overline{\overline{A}}} = \bar{a}^1, \bar{a}_1 + \cdots + \bar{a}^m, \bar{a}_m + \cdots + \bar{a}^n, \bar{a}_n, \tag{2'}$$

die Feldableitung in X'_m wird erhalten durch Anwendung von

$$\underset{m}{\nabla} = \bar{a}^1, \frac{\partial}{\partial x^1} + \cdots + \bar{a}^m, \frac{\partial}{\partial x^m}, \tag{3}$$

in X_n dagegen von

$$\underset{n}{\nabla} = \bar{a}^1, \frac{\partial}{\partial x^1} + \cdots + \bar{a}^m, \frac{\partial}{\partial x^m} + \cdots + \bar{a}^n, \frac{\partial}{\partial x^n}. \tag{3'}$$

Bildet man also nach irgendwelchen gleichen Vorschriften Größen einerseits in X_n, andererseits nur in den Berührungsgebieten X'_m allein, so erhält man die letzteren aus den ersteren durch Weglassung der Glieder mit jenen Zeigern, welche über m hinausgehen.

Nun sei C eine Größe, welche Funktion des Ortes ist. Dann wird ihre dyadische Feldableitung erster Ordnung

$$\nabla, C = \sum_i \bar{a}^i, \frac{\partial C}{\partial x^i}, \tag{4}$$

die dyadische Feldableitung zweiter Ordnung

$$\nabla, (\nabla, C) = \sum_k \bar{a}^k, \frac{\partial}{\partial x^k}\left(\sum_i \bar{a}^i, \frac{\partial C}{\partial x^i}\right).$$

Bei Ausführung der Differentiation ist zu setzen

$$\frac{\partial\, \bar{a}^i}{\partial x^k} = -\sum_l \begin{Bmatrix} l\,k \\ i \end{Bmatrix} \bar{a}^l, \tag{4'}$$

nach (14) und (15) der früheren Mitteilung und daher wird

$$\nabla, (\nabla, C) = \sum_{l\,k} \bar{a}^k, \bar{a}^l, \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^k\, \partial x^l} - \right.$$
$$\left. - \sum_i \begin{Bmatrix} l\,k \\ i \end{Bmatrix} \frac{\partial C}{\partial x^i}\right). \tag{5}$$

Soll die äußere Feldableitung von ∇, C gefunden werden, also $\nabla \times (\nabla, C)$, so haben wir in dem vorigen Ausdrucke das Zeichen $\times$ zu

setzen statt des ersten Beistriches und können wegen

$$\bar{a}^k \times \bar{a}^l = -\,a^l \times \bar{a}^k = \bar{a}^{kl}$$

die Glieder paarweise zusammenziehen. Da jedoch

$$\left\{ \begin{matrix} l\,k \\ i \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} k\,l \\ i \end{matrix} \right\}$$

nach (16) a. a. O., so heben einander die Glieder der einen Summe weg und es bleibt

$$\nabla \times (\nabla, C) = \sum_{ik} \bar{a}^{ki}, \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^k \partial x^i} - \frac{\partial^2 C}{\partial x^i \partial x^k} \right). \quad (6)$$

Die Formeln (4), (5), (6) zeigen den Zusammenhang der Feldableitungen der Größe C mit ihren Ableitungen nach den Koordinaten.

Für den Längsvektor $\bar{a}_r$ sind die Feldableitungen

$$\nabla, \bar{a}_r, \quad \nabla, (\nabla, a_r) \text{ und } \nabla \frac{1}{2} (\nabla, \bar{a}_r)$$

a. a. O. bestimmt worden. Aus der zweiten ergibt sich wie oben $\nabla \times (\nabla, \bar{a}_r)$. Um jedoch die Beziehungen dieser Größen zu den Ableitungen

$$\frac{\partial \bar{a}_r}{\partial x^i} \text{ und } \frac{\partial^2 \bar{a}_r}{\partial x^k \partial x^i}$$

deutlich hervortreten zu lassen, wollen wir sie hier auf Grund der Formeln (4), (5), (6) berechnen. Nach (14) a. a. O. ist

$$\frac{\partial \bar{a}_r}{\partial x^i} = \sum_q \left[\begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right] \bar{a}^q = \sum_q \left\{ \begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right\} \bar{a}_q \quad (7)$$

und daher wird

$$\frac{\partial^2 a_r}{\partial x^k \partial x^i} = \sum_q \left(\frac{\partial}{\partial x^k} \left[\begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right] - \sum_p \left[\begin{matrix} r\,i \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,k \\ p \end{matrix} \right\} \right) \bar{a}^q$$

$$= \sum_q \left(\frac{\partial}{\partial x^k} \left\{ \begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right\} + \sum_p \left[\begin{matrix} r\,i \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} p\,k \\ q \end{matrix} \right\} \right) \bar{a}_q, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{a}_r}{\partial x^k \partial x^i} - \frac{\partial^2 \bar{a}_r}{\partial x^i \partial x^k} = \sum_q \left(\frac{\partial}{\partial x^k} \left[\begin{matrix} r\,k \\ q \end{matrix} \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\begin{matrix} r\,k \\ q \end{matrix} \right] + \sum_p \left[\begin{matrix} r\,k \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,i \\ p \end{matrix} \right\} - \sum_p \left[\begin{matrix} r\,i \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,k \\ p \end{matrix} \right\} \right) \bar{a}^q. \quad (8')$$

Man sieht, daß im letzten Ausdrucke die Koeffizienten der a^q (Komponentenbeiwerte) nichts anderes sind als die Riemann-Christoffelschen Vierzeigergrößen erster Art

$$(r\,q,\ i\,k) = \frac{\partial}{\partial x^k} \left[\begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right] - \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\begin{matrix} r\,k \\ q \end{matrix} \right] +$$

$$+ \sum_p \left[\begin{matrix} r\,k \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,i \\ p \end{matrix} \right\} - \sum_p \left[\begin{matrix} r\,i \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,k \\ p \end{matrix} \right\}, \quad (9)$$

daß also

$$\frac{\partial^2 \bar{a}_r}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{\partial^2 \bar{a}_r}{\partial x^k \partial x^i} = \sum_q (r\,q,\ i\,k)\, a^q. \quad (10)$$

Durch Einsetzen in (4), (5), (6) ergibt sich

$$\nabla, \bar{a}_r = \sum_{iq} \left[\begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right] \bar{a}^i, \bar{a}^q = \sum_{iq} \left\{ \begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right\} \bar{a}_i, \bar{a}_q, \quad (11)$$

$$\nabla, (\nabla, \bar{a}_r) = \sum_{klq} \left(\frac{\partial}{\partial x^k} \left[\begin{matrix} r\,l \\ q \end{matrix} \right] - \sum_p \left[\begin{matrix} r\,l \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,k \\ p \end{matrix} \right\} - \right.$$

$$\left. - \sum_p \left\{ \begin{matrix} l\,k \\ p \end{matrix} \right\} \left[\begin{matrix} r\,p \\ q \end{matrix} \right] \right) \bar{a}^k, \bar{a}^l, \bar{a}^q,$$

$$= \sum_{klq} \left(\frac{\partial}{\partial x^k} \left\{ \begin{matrix} r\,l \\ q \end{matrix} \right\} + \sum_p \left\{ \begin{matrix} r\,l \\ p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} p\,k \\ q \end{matrix} \right\} - \right.$$

$$\left. - \sum_p \left\{ \begin{matrix} l\,k \\ p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} r\,p \\ q \end{matrix} \right\} \right) \bar{a}^k, \bar{a}^l, \bar{a}_q, \quad (12)$$

$$\nabla \times (\nabla, \bar{a}_r) = \sum_{klq} (r\,q,\ l\,k)\, \bar{a}^{kl}\, \bar{a}^q. \quad (13)$$

Wie a. a. O. gezeigt ist, kann man hier den Hauptaffinor A einführen, dessen Rechtsfaktoren konstant gehalten werden. Nach (25), (26) a. a. O. ist

$$\nabla - \bar{\bar{A}} = \sum_r (\nabla - \bar{a}_r), \bar{a}^r$$

$$\nabla - (\nabla - \bar{\bar{A}}) = \sum_r [\nabla (\nabla - \bar{a}_r)], \bar{a}^r.$$

Demnach haben wir

$$\nabla \times (\nabla, \bar{\bar{A}}) = \sum_{klqr} (r\,q,\ l\,k)\, \bar{a}^{kl}, \bar{a}^q, a^r \quad (14)$$

und dies ist offenbar der Riemann-Christoffelsche Krümmungsaffinor $\bar{\bar{K}}$ des Ausdehnungsgebietes, also

$$\bar{\bar{K}} = \nabla \times (\nabla, A). \quad (14')$$

Die Ableitungen von $\bar{a}_r$, gebildet in den Berührungsgebieten von X_m, erhalten wir gemäß einer früheren Bemerkung aus jenen für X_n durch Weglassung gewisser Glieder. Trennen wir die auf die Berührungsgebiete X'_m bezüglichen Summanden von den anderen, so ist nach (7) und (8)

$$\frac{\partial \bar{a}_r}{\partial x^i} = \sum_q \left[\begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right] \bar{a}^q + \sum_s \left[\begin{matrix} r\,i \\ s \end{matrix} \right] \bar{a}^s,$$

$$\frac{\partial^2 \bar{a}_r}{\partial x^k \partial x^i} = \sum_q \left(\frac{\partial}{\partial x^k} \left[\begin{matrix} r\,i \\ q \end{matrix} \right] - \sum_p \left[\begin{matrix} r\,i \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,k \\ p \end{matrix} \right\} - \right.$$

$$\left. - \sum_s \left[\begin{matrix} r\,i \\ s \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,k \\ s \end{matrix} \right\} \right) \bar{a}^q,$$

$$+ \sum_s \left(\frac{\partial}{\partial x^k} \left[\begin{matrix} r\,i \\ s \end{matrix} \right] - \sum_p \left[\begin{matrix} r\,i \\ p \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q\,k \\ p \end{matrix} \right\} - \right.$$

$$-\sum_s \begin{bmatrix} r\,i \\ s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q\,k \\ s \end{Bmatrix} \bar{a}^s,$$

$$i, k, r, p, q = 1, \cdots m,$$
$$s = m+1, \cdots n.$$

Bleibt man in X'_m, so sind alle Glieder wegzulassen, welche den Zeiger s enthalten. Diese Ausdrücke gestatten es, deutlich zu erkennen, wieso das Verschwinden des Krümmungsaffinors $\overline{\overline{K}}$ in X_n nicht das Gleiche nach sich zu ziehen braucht für $\overline{\overline{K}}$ in X_m, da die Größen $(rq, ik)_m$ für X_m aus den $(rq, ik)_n$ für X_m durch Wegfall von Summanden hervorgehen. Es ist ja für die obigen Zeigerwerte

$$(rq, ik)_n = (rq, ik)_m - \sum_s \begin{bmatrix} r\,i \\ s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q\,k \\ r \end{Bmatrix} + \sum_s \begin{bmatrix} r\,k \\ s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q\,i \\ s \end{Bmatrix}.$$

Verschwinden die $(rq, ik)_n$, so folgen für die $(rq, ik)_m$ die Ausdrücke

$$(rq, ik)_m = \sum_s \left(\begin{bmatrix} r\,i \\ s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q\,k \\ s \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} r\,k \\ s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q\,i \\ s \end{Bmatrix} \right). \quad (15)$$

Es wurde nun a. a. O. gezeigt, daß die linke Seite der Schwerefeldgleichungen gegeben ist durch $\nabla^1_{\frac{1}{2}}(\nabla, \overline{\overline{A}})$, hier fanden wir für den Krümmungsaffinor $\nabla^1(\nabla, \overline{\overline{A}})$. Die Beziehung der beiden Größen zueinander liegt also darin, daß beide erhalten werden aus dem Hauptaffinor des Ausdehnungsgebietes als Feldableitungen zweiter Ordnung, jedoch in verschiedener Art. Die dyadische Feldableitung erster Ordnung des Hauptaffinors gibt bei nochmaliger Bildung der äußeren Feldableitung den Krümmungsaffinor, dagegen bei Bildung der mehrfaltigen inneren Feldableitung die linke Seite der Schwerefeldgleichung. Aus den vorstehenden Ausführungen ist ersichtlich, daß die Verteilung des Einheits- oder Hauptaffinors

$$\overline{\overline{A}} = \sum_i \bar{a}^i, \bar{a}_i = \sum_i \bar{a}_i, \bar{a}^i$$

kennzeichnend ist für die Beschaffenheit des Ausdehnungsgebietes. Wegen

$$\bar{a}^i = \bar{a}^i \mid \overline{\overline{A}} = \sum_k (\bar{a}^i \mid \bar{a}^k)\, \bar{a}_k,$$

$$\bar{a}_i = \bar{a}_i \mid \overline{\overline{A}} = \sum_k (\bar{a}_i \mid \bar{a}_k)\, a^k,$$

kann $\overline{\overline{A}}$ auch in die Formen

$$\overline{\overline{A}} = \sum_{ik} (\bar{a}^i \mid \bar{a}^k)\, \bar{a}_i, \bar{a}_k = \sum_{ik} (a_i \mid \bar{a}_k)\, \bar{a}^i, \bar{a}^k$$

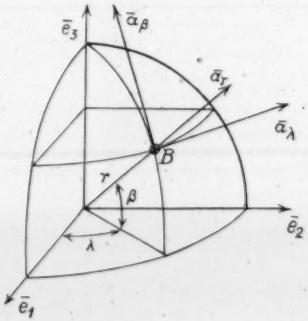
gebracht werden. Es ist der Einstein-Großmannsche „Fundamentaltensor“[1]).

II.

Als Beispiel für die im vorhergehenden allgemein durchgeführten Rechnungen wollen wir in einem geometrisch einfachen und übersichtlichen Falle die verschiedenen oben behandelten Größen ermitteln, nämlich für eine Kugelfläche als X_m. Es wird dabei der Zusammenhang gleichbedeutender Größen in den Gebieten X_n und X_m, hier also im Raume und in der Kugelfläche, noch deutlicher werden.

Der Ort eines Raumpunktes B sei gegeben durch die Polarkoordinaten r, λ, β. Sind $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ zueinander senkrechte Einheitsvektoren, deren Richtungen aus der Figur ersichtlich sind, so hat man

$$\bar{r} = r\cos\lambda\cos\beta\,\bar{e}_1 + r\cos\lambda\sin\beta\,\bar{e}_2 + r\sin\beta\,\bar{e}_3. \quad (15)$$



Auf der Kugelfläche

$$r = \text{const}$$

sind λ, β rechtwinkelige Koordinaten. Wir machen die Vektoren

$$\bar{a}_\lambda = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \lambda}, \quad \bar{a}_\beta = \frac{\partial \bar{r}}{\partial \beta} \quad (16)$$

zum Längskant des Punktes B der Kugel X_2 und erhalten durch Hinzufügung von

$$\bar{a}_r = \frac{\partial \bar{r}}{\partial r} \quad (16')$$

das Längskant im Raume X_3. Aus (15) folgt

[1]) Hier sei hingewiesen auf eine kürzlich erschienene Abhandlung von Schouten, Die direkte Analyse der neueren Relativitätstheorie (Verh. d. Kon. Akad. van Wetensch. te Amsterdam, XII), in welcher auf anderen Wegen ebenfalls der Zusammenhang des Hauptaffinors mit dem Krümmungsaffinor und den Schwerefeldgleichungen untersucht wird.

$$\left.\begin{aligned} \bar a_\lambda &= -r\sin\lambda\cos\beta\,\bar e_1 + r\cos\lambda\cos\beta\,\bar e_2 \\ \bar a_\beta &= -r\cos\lambda\sin\beta\,\bar e_1 - r\sin\lambda\sin\beta\,\bar e_2 + r\cos\beta\,\bar e_3, \\ \bar a_r &= \cos\lambda\cos\beta\,\bar e_1 + \sin\lambda\cos\beta\,\bar e_2 + \sin\beta\,\bar e_3, \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

woraus sich die Werte der Längsvektoren ergeben

$$a_\lambda = r\cos\beta, \quad \bar a_\beta = r, \quad \bar a_r = 1. \quad (17')$$

Da die Längsvektoren hier senkrecht zueinanderstehen, fallen die Quervektoren $\bar a^\lambda$, a^β, a^r mit ihnen zusammen und haben die reziproken Werte, also

$$\left.\begin{aligned} \bar a^\lambda &= \frac{1}{r\cos\beta}\,\bar e_\lambda = \frac{1}{r^2\cos\beta}\,\bar a_\lambda, \\ \bar a^\beta &= \frac{1}{r}\,\bar e_\beta = \frac{1}{r^2}\,\bar a_\beta, \\ \bar a^r &= 1\,\bar e_r = \bar a_r, \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

wo $\bar e_\lambda$, $\bar e_\beta$, $\bar e_r$ die Einheitsvektoren in den Richtungen $\bar a_\lambda, \cdots$ sind. Durch Einsetzen erhält man

$$\left.\begin{aligned} \bar a^\lambda &= -\frac{\sin\lambda}{r\cos\beta}\,\bar e_1 + \frac{\cos\lambda}{r\cos\beta}\,\bar e_2, \\ \bar a^\beta &= -\frac{\cos\lambda\sin\beta}{r}\,\bar e_1 - \frac{\sin\lambda\sin\beta}{r}\,\bar e_2 + \frac{\cos\beta}{r}\,\bar e_3, \\ \bar a^r &= \cos\lambda\cos\beta\,\bar e_1 + \sin\lambda\cos\beta\,\bar e_2 + \sin\beta\,\bar e_3, \end{aligned}\right\} \quad (18')$$

Aus den Formeln (17) folgt

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\bar a_\lambda}{\partial\lambda} &= -r\cos\lambda\cos\beta\,\bar e_1 - r\sin\lambda\cos\beta\,\bar e_2, \\ \frac{\partial\bar a_\lambda}{\partial\beta} &= \frac{\partial\bar a_\beta}{\partial\lambda} = r\sin\lambda\sin\beta\,\bar e_1 - r\cos\lambda\sin\beta\,\bar e_2, \\ \frac{\partial\bar a_\lambda}{\partial r} &= \frac{\partial\bar a_r}{\partial\lambda} = -\sin\lambda\cos\beta\,\bar e_1 + \cos\lambda\cos\beta\,\bar e_2, \\ \frac{\partial\bar a_\beta}{\partial\beta} &= -r\cos\lambda\cos\beta\,\bar e_1 + r\sin\lambda\cos\beta\,\bar e_2 - r\sin\beta\,\bar e_3, \\ \frac{\partial\bar a_\beta}{\partial r} &= \frac{\partial\bar a_r}{\partial\beta} = -\cos\lambda\cos\beta\,\bar e_1 + \sin\lambda\sin\beta\,\bar e_2 + \cos\beta\,\bar e_3, \\ \frac{\partial\bar a_r}{\partial r} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Für die Christoffelschen Größen erster und zweiter Art haben wir nach (13) a. a. O. die Ausdrücke

$$\begin{bmatrix} i\,k \\ p \end{bmatrix} = \frac{\partial\bar a_i}{\partial x^k}\,|\,\bar a^p, \qquad \begin{Bmatrix} i\,k \\ p \end{Bmatrix} = \frac{\partial\bar a_i}{\partial x^k}\,\bar a_p$$

und daher im vorliegenden Falle aus den vorangehenden Formeln

$$\left.\begin{aligned} \begin{bmatrix}\lambda\lambda\\ \beta\end{bmatrix} &= r^2\sin\beta\cos\beta, & \begin{Bmatrix}\lambda\lambda\\ \beta\end{Bmatrix} &= \sin\beta\cos\beta, \\ \begin{bmatrix}\lambda\lambda\\ r\end{bmatrix} &= -r\cos^2\beta, & \begin{Bmatrix}\lambda\lambda\\ r\end{Bmatrix} &= -r\cos^2\beta, \\ \begin{bmatrix}\lambda\beta\\ \lambda\end{bmatrix} &= -r^2\sin\beta\cos\beta, & \begin{Bmatrix}\lambda\beta\\ \lambda\end{Bmatrix} &= -\operatorname{tg}\beta, \\ \begin{bmatrix}\lambda r\\ \lambda\end{bmatrix} &= r\cos^2\beta, & \begin{Bmatrix}\lambda r\\ \lambda\end{Bmatrix} &= \frac{1}{r}, \\ \begin{bmatrix}\beta\beta\\ r\end{bmatrix} &= -r, & \begin{Bmatrix}\beta\beta\\ r\end{Bmatrix} &= -r, \\ \begin{bmatrix}\beta r\\ \beta\end{bmatrix} &= r, & \begin{Bmatrix}\beta r\\ \beta\end{Bmatrix} &= \frac{1}{r}. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Alle übrigen verschwinden. Bleiben wir bei der Bildung dieser Größen in der Berührungsebene der Kugel, so behalten wir nach früherem nur

$$\begin{bmatrix}\lambda\lambda\\ r\end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix}\lambda\beta\\ \lambda\end{bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix}\lambda\lambda\\ \beta\end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix}\lambda\beta\\ \lambda\end{Bmatrix}$$

übrig, welche den Zeiger r nicht enthalten.

Als Ausdrücke für die Ableitungen der Hauptvektoren in den Hauptkanten ergeben sich nach (7) und (4′) (siehe unten Gl. 21 u. 21′). Die unterklammerten Glieder entsprechen jenen Summanden in den Formeln (7) und (4′), welche den Zeiger r nicht enthalten. Sie sind also allein beizubehalten, wenn man in der Berührungsebene der Kugel bleibt.

Wir bilden nun die Ableitungen zweiter Ordnung der Längsvektoren $\bar a_\lambda$ und $\bar a_\beta$ und deuten wieder durch Unterklammern an, welche

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\bar a_\lambda}{\partial\lambda} &= \underline{\sin\beta\cos\beta\,\bar a_\beta} - r\cos^2\beta\,\bar a_r, & \frac{\partial\bar a_\beta}{\partial\beta} &= -r\,\bar a_r, \\ \frac{\partial\bar a_\lambda}{\partial\beta} &= \frac{\partial\bar a_\beta}{\partial\lambda} = \underline{-\operatorname{tg}\beta\,\bar a_\lambda}, & \frac{\partial\bar a_\beta}{\partial r} &= \frac{\partial\bar a_r}{\partial\beta} = \frac{1}{r}\,\bar a_\beta, \\ \frac{\partial\bar a_\lambda}{\partial r} &= \frac{\partial\bar a_r}{\partial\lambda} = \frac{1}{r}\,\bar a_\lambda, & \frac{\partial\bar a_r}{\partial r} &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial a^\lambda}{\partial\lambda} &= \underline{\operatorname{tg}\beta\,\bar a^\beta} - \frac{1}{r}\,\bar a^r, & \frac{\partial\bar a^\beta}{\partial\lambda} &= \underline{\operatorname{tg}\beta\,a^\lambda}, & \frac{\partial\bar a^r}{\partial\lambda} &= r\cos^2\beta\,\bar a^\lambda, \\ \frac{\partial\bar a^\lambda}{\partial\beta} &= \underline{\operatorname{tg}\beta\,\bar a^\lambda}, & \frac{\partial\bar a^\beta}{\partial\beta} &= -\frac{1}{r}\,\bar a^r, & \frac{\partial a^r}{\partial\beta} &= r\bar a^\beta - \frac{1}{r}\,\bar a^r, \\ \frac{\partial a^\lambda}{\partial r} &= -\frac{1}{r}\,\bar a^\lambda, & \frac{\partial\bar a^\beta}{\partial r} &= -\frac{1}{r}\,\bar a^\beta, & \frac{\partial\bar a^r}{\partial r} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (21')$$

Glieder zu belassen sind bei Beschränkung auf die Berührungsebene

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\frac{\partial\bar{a}_\lambda}{\partial\lambda} = \frac{\partial}{\partial\beta}(\sin\beta\cos\beta\,\bar{a}_\beta) - \frac{\partial}{\partial\beta}(r\cos^2\beta\,\bar{a}_r)$$

$$= (\cos^2\beta - \sin^2\beta)\,\bar{a}_\beta + \sin\beta\cos\beta\,\frac{\partial\bar{a}_\beta}{\partial\beta}$$

$$+ 2r\cos\beta\sin\beta\,\bar{a}_r - r\cos^2\beta\,\frac{\partial\bar{a}_r}{\partial\beta}$$

$$= (\cos^2\beta - \sin^2\beta)\,\bar{a}_\beta - \cos^2\beta\,\bar{a}_\beta + r\sin\beta\cos\bar{a}_r, \qquad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{\partial\bar{a}_\lambda}{\partial\beta} = \frac{\partial}{\partial\lambda}(-\operatorname{tg}\beta\,\bar{a}_\lambda)$$

$$= -\operatorname{tg}\beta\,\frac{\partial\bar{a}_\lambda}{\partial\lambda}$$

$$= -\sin^2\beta\,\bar{a}_\beta + r\sin\beta\cos\beta\,\bar{a}_r.$$

Daher wird

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\frac{\partial\bar{a}_\lambda}{\partial\lambda} - \frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{\partial\bar{a}_\lambda}{\partial\beta} = \cos^2\beta\,\bar{a}_\beta - \cos^2\beta\,\bar{a}_\beta. \qquad (23)$$

Für den Raum folgt also

$$\frac{\partial^2\bar{a}_\lambda}{\partial\beta\,\partial\lambda} - \frac{\partial^2\bar{a}_\lambda}{\partial\lambda\,\partial\beta} = 0,$$

für die Berührungsebene dagegen

$$\frac{\partial^2\bar{a}_\lambda}{\partial\beta\,\partial\lambda} - \frac{\partial^2\bar{a}_\lambda}{\partial\lambda\,\partial\beta} = \cos^2\beta\,\bar{a}_\beta = r^2\cos^2\beta\,\bar{a}^\beta. \qquad (23')$$

Ebenso erhalten wir

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\frac{\partial\bar{a}_\beta}{\partial\lambda} = \frac{\partial}{\partial\beta}(-\operatorname{tg}\beta\,\bar{a}_\lambda)$$

$$= \frac{1}{\cos^2\beta}\,\bar{a}_\lambda + \operatorname{tg}^2\beta\,\bar{a}_\lambda$$

$$= -\bar{a}_\lambda, \qquad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{\partial\bar{a}_\beta}{\partial\beta} = \frac{\partial}{\partial\lambda}(-r\,\bar{a}_r)$$

$$= -r\,\frac{\partial\bar{a}_r}{\partial r}$$

$$= \bar{a}_\lambda, \qquad (24')$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\frac{\partial\bar{a}_\beta}{\partial\lambda} - \frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{\partial\bar{a}_\beta}{\partial\beta} = -\bar{a}_\lambda + \bar{a}_\lambda, \qquad (25)$$

also für den Raum

$$\frac{\partial^2\bar{a}_\beta}{\partial\beta\,\partial\lambda} - \frac{\partial^2\bar{a}_\beta}{\partial\lambda\,\partial\beta} = 0,$$

für die Berührungsebene

$$\frac{\partial^2\bar{a}_\beta}{\partial\beta\,\partial\lambda} - \frac{\partial^2\bar{a}_\beta}{\partial\beta\,\partial\lambda} = -\bar{a}_\lambda = -r^2\cos^2\beta\,\bar{a}^\lambda. \qquad (25')$$

Da bekanntlich die Vierzeigergrößen verschwinden, wenn die Zeiger des ersten oder zweiten Paares übereinstimmen, (was aus

$$(\beta\lambda,\ \lambda\beta) = -(\lambda\beta,\ \lambda\beta)$$

folgt), so ist für die Berührungsebene

$$\frac{\partial^2\bar{a}_\lambda}{\partial\beta\,\partial\lambda} - \frac{\partial^2\bar{a}_\lambda}{\partial\lambda\,\partial\beta} = (\lambda\beta,\ \lambda\beta)\,\bar{a}^\beta,$$

$$\frac{\partial^2\bar{a}_\beta}{\partial\beta\partial\lambda} - \frac{\partial^2\bar{a}_\beta}{\partial\lambda\,\partial\beta} = (\beta\lambda,\ \lambda\beta)\,\bar{a}^\lambda.$$

Durch Vergleich mit (23′) und (24′) erhalten wir übereinstimmend

$$(\lambda\beta,\ \lambda\beta) = r^2\cos^2\beta. \qquad (26)$$

Mit Hilfe dieser Größe läßt sich das Krümmungsmaß K des Gebietes X_2, hier der Kugelfläche, berechnen. Es ist[1])

$$K = \frac{(\lambda\beta,\ \lambda\beta)}{\bar{a}^{\lambda\beta}\,|\,\bar{a}^{\lambda\beta}}.$$

Aus (18) erhalten wir

$$\bar{a}^{\lambda\beta} = \frac{1}{r^2\cos\beta}\,\varepsilon^{\lambda\beta},$$

$$\bar{a}^{\lambda\beta}\,|\,\bar{a}^{\lambda\beta} = \frac{1}{r^4\cos^2\beta}.$$

Also ergibt sich

$$K = \frac{1}{r^2},$$

wie es in der Tat zutrifft.

Es mögen noch die Feldableitungen der Längsvektoren $\bar{a}_\lambda$, $\bar{a}_\beta$ für die Kugelfläche gebildet werden, also bei Beschränkung auf die Berührungsebene. Einfacher als durch Anwendung der allgemeinen Formeln (11), (12) findet man sie in unserem einfachen Falle durch unmittelbare Rechnung. Mit Benützung der früheren Ausdrücke bekommt man

$$\begin{aligned}
\nabla,\,\bar{a}_\lambda &= \left(\bar{a}^\lambda,\ \frac{\partial}{\partial\lambda} + \bar{a}^\beta,\ \frac{\partial}{\partial\beta}\right)\bar{a}_\lambda \\
&= \bar{a}^\lambda,\ \bar{a}_\beta\sin\beta\cos\beta - \bar{a}^\beta,\ \bar{a}_\lambda\operatorname{tg}\beta, \\
\nabla,\,\bar{a}_\beta &= \left(\bar{a}^\lambda,\ \frac{\partial}{\partial\lambda} + \bar{a}^\beta,\ \frac{\partial}{\partial\beta}\right)\bar{a}_\beta \\
&= -\bar{a}^\lambda,\ \bar{a}_\lambda\operatorname{tg}\beta, \\
\nabla,(\nabla,\bar{a}_\lambda) &= \left(\bar{a}^\lambda,\ \frac{\partial}{\partial\lambda} + \bar{a}^\beta,\ \frac{\partial}{\partial\beta}\right)(\bar{a}^\lambda,\ \bar{a}_\beta\sin\beta \\
&\qquad \cos\beta - \bar{a}^\beta,\ \bar{a}_\lambda\operatorname{tg}\beta) \\
&= -\bar{a}^\lambda,\ \bar{a}^\lambda,\ \bar{a}_\lambda(\sin^2\beta + \operatorname{tg}^2\beta) \\
&\quad + \bar{a}^\beta,\ (\bar{a}^\lambda,\ \bar{a}_\beta\cos^2\beta - \bar{a}^\beta,\ \bar{a}_\lambda), \\
\nabla,(\nabla,\bar{a}_\beta) &= \left(\bar{a}^\lambda,\ \frac{\partial}{\partial\lambda} + \bar{a}^\beta,\ \frac{\partial}{\partial\beta}\right)(-\bar{a}^\lambda,\ \bar{a}_\lambda,\ \operatorname{tg}\beta) \\
&= -\bar{a}^\lambda,\ (\bar{a}^\beta,\ \bar{a}_\lambda\operatorname{tg}^2\beta + \bar{a}^\lambda,\ \bar{a}_\beta\sin^2\beta) \\
&\qquad - \bar{a}^\beta,\ \bar{a}^\lambda,\ \bar{a}_\lambda\,\frac{1}{\cos^2\beta}.
\end{aligned} \qquad (27)$$

1) Vgl. z. B. Bianchi, Vorlesungen über Differentialgeometrie, deutsch von Lukat, Leipzig, 1899, S. 52.

Aus diesen Formeln folgt

$$\left.\begin{aligned}
\nabla^{\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}(\nabla, \bar{a}_\lambda) &= \bar{a}^\lambda(\cos^2\beta - \sin^2\beta - \operatorname{tg}^2\beta),\\
\nabla^{\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}(\nabla, \bar{a}_\beta) &= \bar{a}_\beta \operatorname{tg}^2\beta,\\
\nabla^{\wedge}(\nabla, \bar{a}_\gamma) &= -\bar{a}^{\lambda\beta},\ \bar{a}_\beta \cos^2\beta,\\
\nabla^{\wedge}(\nabla, \bar{a}_\beta) &= -\bar{a}^{\lambda\beta},\ \bar{a}_\lambda,
\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

wo die letzten beiden Ausdrücke in Übereinstimmung stehen mit den Formeln (23′) und (25′) mit Rücksicht auf die Beziehung (6).

Wien, März 1919.

(Eingegangen 10. März 1919.)

Die sichtbare Strahlung des Brennfleckes von Röntgenröhren.

Von J. E. Lilienfeld.

(Mit Tafel IX.)

Es kann an jeder Röntgenröhre beobachtet werden, daß die Fläche, in welcher die Kathodenstrahlen auf die Antikathode auftreffen, ein Licht aussendet, dessen Helligkeit reichlich genügt, um eine ganz bestimmte Farbenempfindung hervorzurufen, und zwar diejenige eines bläulichen Graus. Diese sichtbare Strahlung hat mit der Wärmestrahlung des Antikathodenspiegels nichts Gemeinsames. Sie ist bereits bei ganz geringer spezifischer Belastung des Brennfleckes gut erkennbar, bei einer Belastung, deren Vielfaches erst den Brennfleck genügend erhitzen würde, um das Spiegelmaterial in ihm auf dunkle Rotglut zu bringen. Die Frage nach der Beschaffenheit dieses blaugrauen Lichtes ist meines Wissens nicht aufgeworfen worden. Das ist erklärlich, sofern es sich um Röntgenröhren der ursprünglichen Art handelt, also um gashaltige Röntgenröhren. Denn bei diesen leuchtet die Glaswand der Röhre in einer hellgrünen Fluoreszenz auf. Außerdem sendet der Gasinhalt auf dem Wege der Kathodenstrahlen, aber auch sonst sein Spektrum aus. Dadurch wird die Aufmerksamkeit von dem Leuchten auf der Antikathode abgewendet, und gleichzeitig seine Untersuchung erschwert, da alle die genannten Strahlungen sich übereinander lagern und erst auf Grund einer eigenen Analyse auseinandergehalten werden könnten.

Anders ist es bei den sogenannten Hochvakuum-Röntgenröhren, in welchen die Gasionisation keine Rolle spielt. In diesen Röhren fehlt[1])[2])[3]) sowohl die Fluoreszenz der Glaswand, als auch das Leuchten des Gasrestes, und so hat man grundsätzlich die Möglichkeit, das Aufleuchten am Brennfleck ungestört näher zu untersuchen. Freilich wirkt störend der von dem Glühdrahte kommende intensive Lichtschein. In der Tat befindet sich der Glühfaden bei einer dieser Röhren, nämlich bei der Coolidgeröhre, in der nächsten Nähe der Antikathode, und es ist nicht ausführbar, die Antikathode gegen sein Licht abzuschatten. Hingegen ist eine solche Abschattung sehr wohl möglich bei der von allem Anfang an von mir angegebenen Röhrenform[1]). Bei dieser ist die Lage der Glühlampe von keinem Einfluß auf die Entladung des eigentlichen Teiles der Röntgenröhre, da nicht die Windungen des Glühdrahtes, sondern die Bohrungswände der Kathode K (Fig. 1) Ausgangspunkt der

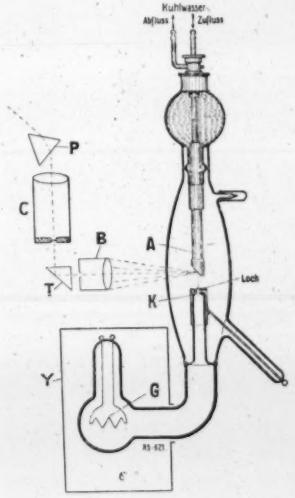


Fig. 1.

Kathodenstrahlen sind. Deshalb ist es möglich, die Glühlampe G in der aus der Figur ersichtlichen Weise seitlich anzubringen und sie durch den Lichtschutzkasten Y derartig abzuschirmen, daß so gut wie gar kein Licht von der Glühlampe auf die Antikathode A gelangt. Die gesamte Röntgenröhre einschließlich des Lichtschutzes Y wird in einen, in der Figur nicht wiedergegebenen, Bleischutz eingebaut, auf welchem als einzige Verbindung nach außen der Bleitubus B sitzt, der einerseits durch eine Bleiblende, auf der der Röhre zugekehrten Seite aber durch eine Linse von kurzer Brennweite abgeschlossen ist. Strahlen vom Brennfleck — sowohl Röntgenstrahlen, als Strahlen des sichtbaren Lichtes — können demnach nur durch

die Ausblendung in B austreten. Die sichtbaren Strahlen werden mit Hilfe des total reflektierenden Prismas T gespiegelt, so daß ein reelles Bild des Brennfleckes auf dem Spalte des Kollimatorrohres C entsteht. Röntgenstrahlen gelangen hingegen durch den Spalt nur in verschwindend geringer Menge, wie man unmittelbar sieht, nur diejenigen, die im total reflektierenden Prisma T gestreut werden. Das Kollimatorrohr ist Bestandteil eines äußerst lichtstarken, mit einem großen Rutherford-Prisma P versehenen Steinheilschen Spektrographen. Das Spektrum wird mit Hilfe eines Tele-Objektivs auf die photographische Platte entworfen. Die Platte ist in der üblichen Art vertikal verschiebbar, so daß eine größere Anzahl Spektren übereinander photographiert werden kann.

Die Abblendung gegen sichtbares Licht sowohl wie die gegen Röntgenstrahlen ist so vollkommen, daß eine einstündige Expositionszeit keinerlei Schwärzungen auf der Platte verursacht, wenn nicht das Spektrum des Brennfleckes auf sie projiziert wird. Geschieht das aber, so erhält man in einer halbstündigen bis einstündigen Expositionszeit ein vollständig durchgearbeitetes Spektrum des Brennfleckes, welcher in der Tafel IX wiedergegeben ist*). Das Spektrum verläuft in der Gestalt zweier paralleler, schmaler Streifen, entsprechend der Form des Brennfleckes, der nicht kreisförmig, sondern ringförmig ist, und zwar ein Ring von ziemlich geringer Breite. Gemäß der Einstellung entwirft nämlich die in B gefaßte Linse das reelle Bild dieses Brennfleckes derartig auf den Spalt, daß er sich mit dem größten Durchmesser der Brennfleck-Ellipse deckt. Die vom Spalte punktförmig ausgeschnittenen Teile des Ringes ergeben folglich nach erfolgter Brechung im Prisma P die beiden aus dem Bilde ersichtlichen schmalen horizontalen Striche.

Zur Orientierung ist unterhalb des Brennfleck-Spektrums das Spektrum einer leuchtenden Flamme, und weiter darunter das Spektrum des Heliums aufgenommen worden. Man erkennt ohne weiteres, daß das Spektrum der sichtbaren blaugrauen Strahlung des Brennfleckes ein typisches Temperaturspektrum ohne jegliche selektive Strahlung ist. Der Vergleich seiner Energieverteilung mit derjenigen einer Strahlung bekannter Temperatur — etwa des abgebildeten Flammenspektrums — soll demnächst quantitativ ausgeführt und einer Temperaturschätzung zugrunde gelegt werden. Jedenfalls erscheint aber schon auf den ersten Blick das Intensitätsmaximum des Brennfleckspektrums im Vergleich mit demjenigen der bekannten Temperaturspektren außerordentlich nach der kurzwelligen Seite zu verschoben. Freilich läßt sich aus dem Spektrogramm nicht entnehmen, bei welcher Wellenlänge das Intensitätsmaximum zu finden ist, offenbar wegen der Undurchlässigkeit des Glases der Röhrenwandung sowie der optischen Apparatur für kurze Wellenlängen. Es deutet aber die vom Auge blaugrau empfundene Farbe darauf hin, daß das Spektrum einer ungewöhnlich hohen Temperatur entspricht.

Die beschriebenen Tatsachen sind aus mehreren Gründen bemerkenswert. Nicht nur, weil auf den ersten Anblick die Annahme näher gelegen hätte, daß die blaugraue Strahlung des Brennfleckes selektiver Natur sein müsse, sondern auch wegen der hohen Temperatur, auf deren Bestehen die Strahlung hinweist. Es ist eingangs gesagt worden, daß das blaugraue Licht nicht einer Erhitzung des Materials der Antikathode entsprechen kann, da dieses erst bei einer sehr viel höheren Belastung in sichtbare Rotglut gerät. Demnach wird man als eigentlichen Träger der Temperaturbewegung eine Schicht anzusprechen haben, die dem Metall der Antikathode vorgelagert ist. Es wird dadurch nahegelegt, an den Elektronenschwarm zu denken, der eine jede Metallfläche umgibt und gewissermaßen — letzthin infolge der Untersuchungen von Rother[4]) — innerhalb des Bereiches der unmittelbaren Anschauung liegt. Im vorliegenden Falle wäre dieser Elektronenschwarm als durch die aufprallenden Kathodenstrahlen in lebhafte Temperaturbewegung versetzt vorzustellen.

Es trägt zur Klärung der Vorstellungen bei, sich zu vergegenwärtigen, daß Elektronen von großer Geschwindigkeit, nämlich reflektierte und sekundäre Kathodenstrahlen, vom Brennfleck nach allen Richtungen fortstreben. Bei den ursprünglichen, gashaltigen Röntgenröhren trifft ein Teil dieser Elektronen auf die Glaswandung der Röhre auf und verursacht hier die bekannte intensive gelbgrüne Fluoreszenz sowie die Erhitzung der Glaswandung. Bei den gasfreien Röntgenröhren werden aber sämtliche Elektronen im Brennfleck festgehalten, so daß die Fluoreszenz und Erhitzung der Glaswand ausbleibt [1, 2, 3]). Ich habe diese Erscheinung auf das Bestehen einer Doppelschicht im Brennfleck zurückgeführt, durch welche ein die Elektronen auf den Brennfleck zurücklenkendes, äußerst intensives Feld aufrechterhalten wird. Die hier erörterte Temperaturbewegung spielt sich offen-

*) Da aus äußeren Gründen die Versuche auf einige Zeit unterbrochen werden mußten, rotempfindliche Platten sowie Sensibilatoren aber zurzeit in Dresden nicht erhältlich waren, wurden die Aufnahmen auf handelsüblichen Schleußner-Platten gemacht. — Bei der Wiedergabe durch Autotypie sind die Schwärzungsverhältnisse der drei Spektren etwas gegeneinander verschoben worden, so daß das mittlere, der leuchtenden Flamme entsprechende Spektrum verhältnismäßig etwas geschwächt erscheint.

bar innerhalb dieser Doppelschicht ab, und man wird bei der Betrachtung des sichtbaren Spektrums des Brennflecks, besonders aber der Frage, weshalb die die Strahlung erregende Elektronenwolke sich vom Metall nicht loslöst, die Vorstellung einer solchen Doppelschicht nicht entbehren können.

Aus dem obigen Zusammenhang folgt aber ferner eine gewisse Möglichkeit, einen Teil des Röntgenspektrums gemeinsam mit der sichtbaren Strahlung des Brennflecks einheitlich aufzufassen als von einer Temperaturbewegung der obigen Art herrührend. Demgemäß würden diese gedachten Strahlungen verschiedene Gebiete eines sehr ausgedehnten, aber lückenlos zusammenhängenden Spektralbereichs darstellen. Die Wärmebewegung innerhalb der die Strahlung aussendenden Schicht und folglich die Beschaffenheit des Spektrums wäre dabei in einem erheblichen Maße nicht nur durch die Geschwindigkeit der aufprallenden Kathodenstrahlen, sondern auch durch ihre Dichte bestimmt. Nun habe ich bereits in einer früheren Arbeit[5]) die experimentell gefundene Tatsache beschrieben, daß — gleiche Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen vorausgesetzt — die Erhöhung ihrer Flächendichte im Brennfleck eine Verschiebung des Intensitätsmaximums der Röntgenstrahlung nach dem kurzwelligen Ende des Spektrums zu bedingt. Jener experimentelle Befund wird durch die hier angedeutete Auffassung dem physikalischen Verständnis näher gebracht. Bei dieser Gelegenheit sei wiederholt hervorgehoben, daß die seinerzeitigen Untersuchungen es nicht gestatteten, die Frage zu beantworten, ob die genannte Intensitätsverschiebung auch von einer Verschiebung der kürzesten Grenzwellenlänge begleitet sei. Aus der obigen Auffassung heraus wäre eine solche Verschiebung auch der Grenzwellenlänge insofern nicht undenkbar, als die erörterte Temperaturbewegung auf Schwingungen anderer als mit den Atomen der Antikathode verkoppelter Elektronen hinweist[6]).

Die beschriebenen Versuche sind im Laboratorium der Firma Koch & Sterzel, Dresden, ausgeführt worden.

Literaturzusammenstellung.

1) Lilienfeld, Berichte d. math.-phys. Klasse d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. zu Leipzig **66**, 76—79, 1914.
2) Lilienfeld, Ebenda **23**, 45—56, 1917.
3) Lilienfeld, Fortschritte a. d. Gebiete d. Röntgenstrahlen **23**, 383—385, 1915.
4) Rother, Ann. d. Phys. **44**, 1238—1272, 1914.
5) Lilienfeld, obige Berichte **69**, 226—261, 1917.
6) Lilienfeld, diese Ztschr. **19**, 263—269 u. 514—516, 1918.

Leipzig, Physikal. Institut der Universität, 16. April 1919.

(Eingegangen 24. April 1919.)

Objektive Demonstration der Eigenschaften trüber Medien an leuchtenden Kohlenstofflammen.

Von Hermann Senftleben und Elisabeth Benedict.

Im Laufe von Untersuchungen, die wir über die optischen Eigenschaften leuchtender Kohlenstofflammen ausführten, wurden wir zu der Annahme geführt, daß diese Flammen, in denen Kohlenstoff in fein verteiltem Zustande die lichtaussendenden Partikel bildet, als trübes Medium aufzufassen seien und infolgedessen auch alle charakteristischen Eigenschaften eines solchen zeigen müßten. Zur experimentellen Prüfung dieser Annahme angestellte Versuche zeigten, daß bei genügend intensiver Bestrahlung der Flamme abgebeugtes Licht deutlich wahrnehmbar war, das auch, wie es der eben ausgesprochenen Ansicht entspricht, bestimmte von Richtung zum einfallenden Strahl und Wellenlänge abhängige Intensitäts- und Polarisationseigenschaften aufwies. Diese Erscheinungen, die den Gegenstand eingehender experimenteller und theoretischer Untersuchungen[1]) über die Beugung des Lichtes an den Kohlenstoffteilchen leuchtender Flammen bilden, lassen sich mit verhältnismäßig einfachen Mitteln einem größeren Auditorium objektiv vorführen.

Von leuchtenden Kohlenstofflammen ist für diesen Zweck die Flamme der Hefnerkerze infolge ihrer Konstanz und leichten Herstellbarkeit am geeignetsten; sie muß um das nötige ganz ruhige Brennen zu erzielen, mit nicht zu eng gestellten Glasschutzwänden umgeben sein. Als Lichtquelle zur Bestrahlung erwies sich, um die Beugungserscheinung deutlich sichtbar zu machen, allein eine Bogenlampe als genügend intensiv. Das Licht dieser Bogenlampe, die, um störende Helligkeit im Raume zu vermeiden, in einem möglichst dicht schließenden Gehäuse steht, wird durch geeignet gewählte Linsen mit kurzer Brennweite in einem sehr engen Strahlenbündel auf den hell leuchtendsten Teil der Flamme konzentriert, in der dann der Strahlengang durch die Beugung an den Kohlenstoffteilchen bläulich weiß leuchtend sichtbar wird, eine Erscheinung, die sich, bei nicht zu starker Vergrößerung (nicht über 15fach) in aller Deutlichkeit auf einem Schirm abbilden läßt (am geeignetsten unter einem Winkel von 90° zum beleuchtenden Strahl). Durch Einschaltung eines nicht zu dunklen blauen bzw. roten Farbfilters zwischen Flamme und Schirm läßt sich zeigen, daß die Intensität des abgebeugten Lichtes nach kürzeren Wellen hin

1) Vgl. eine demnächst in den Annalen der Physik erscheinende Arbeit der Verfasser.

erheblich zunimmt[1]). Die Polarisationseigenschaften dieses zerstreuten Lichtes lässen sich durch ein zwischen Flamme und Schirm eingeschaltetes Nicolsches Prisma sehr deutlich sichtbar machen. Steht die Schwingungsebene des elektrischen Vektors des durch den Nicol gehenden Lichtes senkrecht zur Horizontalebene, so ist das abgebeugte Licht in voller Deutlichkeit sichtbar, während es bei Parallelstellung fast völlig verschwindet. Kann man bei dieser Nicolstellung durch Drehen der Bogenlampe den Winkel zwischen einfallendem Strahl und Projektionsrichtung verändern, so zeigt ein Wiederauftreten des abgebeugten Lichtes bei Winkeln unter- und oberhalb von 90° ein Abnehmen des Polarisationsgrades an, der bei ca 90° sein Maximum mit 85 Proz. erreicht. Um die Deutlichkeit der Sichtbarmachung des zerstreuten Lichtes zu erhöhen, ist es zweckmäßig von vornherein einen Nicol, dessen Schwingungsebene parallel der des abgebeugten Lichtes steht, einzuschalten, da hierdurch das letztere fast gar nicht geschwächt, dagegen die Eigenhelligkeit der Flamme auf die Hälfte herabgesetzt wird.

1) Der sehr stark hervortretende Effekt beruht z. T. auch auf der spektralen Energieverteilung der Flamme selbst.

Breslau, im Februar 1919. Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 10. März 1919.)

Beugungsbilder einiger Fälle Fraunhoferscher Partiegitter.

Von Ad. Lindemann.

(Mit Tafel X.)

Partiegitter im Sinne Fraunhofers sind Gitter, bei denen der Abstand der Gitterfurchen nicht stets derselbe ist, sondern periodisch wechselt, und zwar so, daß eine Anzahl Furchen zusammen eine „Partie" bilden, welche dann periodisch wiederkehrt. In neueren Arbeiten werden Gitter dieser Art meist als Gitter mit mehrfach periodischer Teilung bezeichnet. Die Theorie derselben ist bereits von Fraunhofer[1]) und Schwerd[2]) behandelt worden, eine ausführliche Darstellung findet sich in Kaysers Handbuch der Spektroskopie[3]). Aus der Theorie folgt, daß ein Partiegitter ein Beugungsbild erzeugt, das sich von dem, welches man durch ein Gitter erhalten würde, in dem die Partien durch Einzelspalte ersetzt sind, dadurch unterscheidet, daß bei ihm die Intensität der einzelnen Beugungsspektren wechselt entsprechend der Intensität des von der einzelnen Partie in die betreffende Richtung abgebeugten Lichtes. Geht man umgekehrt vom Beugungsbilde der einzelnen Partie aus, so erhält man das des Partiegitters, indem man aus ersterem Stücke ausschneidet durch schmale Fenster, die an den Stellen liegen, wohin die Beugungsspektren des Gitters fallen würden, falls in ihm statt der Partien Einzelspalte vorhanden wären.

1) Gilberts Ann. d. Phys. **74**, 370, 1823.
2) F. M. Schwerd, Die Beugungserscheinungen, Mannheim 1835, S. 97.
3) H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Band I, S. 434.

Da experimentelle Untersuchungen mit derartigen Gittern fast gar nicht vorliegen, scheinen mir die wiedergegebenen Beugungsbilder von Interesse. Es sind solche Gitter behandelt worden, bei denen periodische Ausfallserscheinungen auftreten, so daß jedes Gitter sein charakteristisches Beugungsbild erhält. Die Gitter wurden mit Tusche auf Papier gezeichnet und in starker Verkleinerung photographiert, meist auf Diapositivplatten wegen des feineren Korns derselben. Das erzielte Negativ diente sodann als Beugungsgitter. Die Beugungsbilder wurden auf gewöhnliche orthochromatische Platten photographiert in homogenem grünem Lichte, das durch spektrale Zerlegung des Lichtes einer kleinen Bogenlampe erhalten wurde. Bei Verwendung blauen Lichtes ist die Einstellung schwieriger, auch stört es, daß die Beugungsstreifen näher aneinanderrücken. Als Objektiv diente ein Brillenglas von 50 cm Brennweite, dessen mangelhafte Optik unter den vorliegenden Verhältnissen wenig stört.

In Fig. 1[1]) und 2 sind die Beugungsbilder wiedergegeben, welche durch Gitter erhalten wurden, bei denen die Partie aus 2 Linien bestand, deren Abstand $^1/_4$ bzw. $^1/_6$ des Abstandes korrespondierender Linien benachbarter Partien betrug. Man übersieht leicht, daß in ersterem Falle die Spektra 2., 6., 10.... Ordnung, in letzterem die 3., 9., 15.... Ordnung ausfallen müssen, da für diese der Gangunterschied der das Linienpaar durchsetzenden Strahlen ein ungerades Vielfache von $\lambda/2$ beträgt. Entsprechende Gitter würden sich erhalten lassen für einen Abstand der die Partie bildenden Linien gleich $^1/_8$, $^1/_{10}$... des Abstandes korrespondierender Linien benachbarter Partien. Die Dispersion solcher Gitter kann nur klein sein, wenn

1) Fig. 1 wurde für die Arbeit von W. Hillers: Die Interferenzerscheinungen der Röntgenstrahlen; der bindende Beweis ihrer Wellennatur und zugleich ein Erfolg der Atomistik, Ztschr. für math. u. naturw. Unterricht **45**, 438, 1914 zur Verfügung gestellt.

die Partie noch aus 2 getrennten Linien bestehen soll. Das Arbeiten mit denselben ist dementsprechend erheblich erschwert [1]).

Die in den Fig. 3, 5 und 7 dargestellten Beugungsbilder wurden erhalten durch die in den Fig. 4, 6 und 8 angedeuteten Gitter, die als Kombinationen der vorerwähnten Gitter aufgefaßt werden können. Im Gitter Fig. 4 lassen sich die Linien der Partie paarweise so ordnen, daß der Zwischenraum eines solchen Paares $^1/_4$ oder $^1/_6$ des Abstandes korrespondierender Linien benachbarter Partien beträgt, im Beugungsbild Fig. 3 sind mithin die Ausfallserscheinungen der Fig. 1 und 2 kombiniert. Im Gitter Fig. 6 betragen die entsprechenden Abstände $^1/_4$ und $^1/_8$, während sich die 8 Linien der Partie des Gitters Fig. 8 paarweise so ordnen lassen, daß der gegenseitige Abstand eines solchen Paares $^1/_4$, $^1/_6$ oder $^1/_8$ des Abstandes korrespondierender Linien benachbarter Partien beträgt, so daß hier 3 Ausfallserscheinungen sich addieren.

Die wechselnde Stärke der im Beugungsbilde auftretenden Linien entspricht den eingangs erwähnten Anschauungen. In den Kurven Fig. 4, 6 und 8 ist die Intensität des Lichtes für eine Halbperiode des Beugungsbildes der einzelnen Partie wiedergegeben. Sie wurde berechnet unter der Annahme, daß die Spalte als punkt- bzw. linienförmig angenommen werden dürfen. Der daneben gesetzte Ausdruck für J gibt das konstruierte Quadrat der Amplitude unter Fortlassung konstanter Faktoren als Funktion von φ, dem Phasenunterschied zweier Strahlen, welche zwei um die Strecke a voneinander entfernte Gitterfurchen passiert haben. Die Ordinaten, welche den auftretenden Beugungsbildern entsprechen, sind ausgezogen, ausfallende Linien durch kleine Kreise bezeichnet [2]). Der der Kurve entsprechende Abschnitt ist in den Beugungsbildern durch darunter gesetzte vertikale Striche gekennzeichnet.

Die Fig. 9 und 10 dürften nach dem Gesagten ohne weiteres verständlich sein. Hier kann erst auf Grund der Kurve für das Beugungsbild dreier gleicher äquidistanter Spalte der Abstand korrespondierender Linien benachbarter Partien so bemessen werden, daß periodische Ausfallserscheinungen auftreten.

Herrn Professor Konen in Münster und Herrn Professor Anderson in Baltimore spreche ich auch an dieser Stelle für ihre liebenswürdige briefliche Auskunft über den Gegenstand meinen ergebensten Dank aus.

Die Untersuchungen wurden zu Anfang des Jahres 1914 ausgeführt, ihre Veröffentlichung konnte wegen militärischer Inanspruchnahme des Verfassers bisher nicht erfolgen.

Hamburg, Februar 1919.

(Eingegangen 25. Februar 1919.)

1) Vgl. Kaysers Handbuch der Spektroskopie I, S. 435 und Rayleigh, Investigations in Optics usw., Phil. Mag. (5) 9, 55, 1880.

2) In der Reproduktion meist als Punkte wiedergegeben.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Zürich Dr. F. Tank für Physikalische Chemie, an der Universität Frankfurt a/M. Professor Dr. Paul Epstein (bisher in Straßburg) für reine Mathematik und mathematischen Unterricht.

Ernannt: Der Abteilungsvorsteher am Allgemeinen Krankenhaus St. Georg in Hamburg Dr. A. Bornstein zum ord. Professor der Physiologischen Chemie an der Universität Hamburg, der Privatdozent für Chemie an der Universität Frankfurt a/M. Dr. Fritz Mayer zum a. o. Professor ebendaselbst, der Privatdozent an der Universität Gießen Professor Dr. Albert Peppler zum a. o. Professor der Meteorologie an der Technischen Hochschule Karlsruhe, der a. o. Professor an der Universität München Dr. Peter Paul Koch zum ord. Professor der Experimentalphysik und Direktor des Physikalischen Staatslaboratoriums an der Universität Hamburg, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Darmstadt Professor Dr. Viktor Blaeß zum a. o. Professor für Mechanik und zum ord. Honorarprofessor daselbst, der Privatdozent an der Universität Straßburg Professor Dr. Karl Wirtz zum Observator an der Universitätssternwarte in Kiel.

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Berlin Dr. Karl Neuberg zum ord. Professor der Chemie an der Landwirtschaftlichen Hochschule Bonn (an Stelle des in den Ruhestand versetzten Direktors Geh. Regierungsrat Professor Dr. Ulrich Kreusler).

Verliehen: Dem o. ö. Professor der Chemie an der Tierärztlichen Hochschule Wien Dr. Theodor Panzer der Titel Hofrat, den Privatdozenten für Physik an der Wiener Universität Dr. Viktor Heß und Dr. Friedrich Kohlrausch der Titel a. o. Universitätsprofessor.

Ehrungen: Die Akad. d. Wissensch. in Wien hat bei den diesjährigen Preiszuerkennungen verliehen: den Haitinger-Preis (3000 K.) zu gleichen Teilen an Prof. Dr. Bamberger (Wien) und Dr. Zellner (Wien), den Lieben-Preis (2500 K.) an a. o. Professor Dr. Viktor Heß (Wien).

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor der Physik und Maschinenkunde an der Landwirtschaftlichen Akademie Bonn Dr. Hans Hollback.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Bonn Geh. Reg.-Rat Dr. Heinrich Kayser, der Observator bei der Erdbebenwarte der Universität Leipzig Bergrat Professor Dr. Franz Etzold, der Professor der chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Geheimer Rat Dr. Hans Bunte.

Gestorben: Der frühere Leiter des Observatoriums auf dem Montblanc und spätere Kriegsminister der tschechoslowakischen Republik Dr. Stefanik (tödlich abgestürzt), der ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Darmstadt Geh. Hofrat Dr. Wilhelm Staedel, der ord. Professor für Elektromaschinenbau an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Wilhelm Kübler.

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1919.

Universität Münster.

Schmidt: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Seminar, 14 tägig, 2 *g*; Repetitorium der Physik für Mediziner und Pharmazeuten, 2; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Szivessy), 3 oder 6, für Fortgeschrittene (mit Konen), tägl. — **Konen**: Einführung in die theoretische Physik, 4; Seminar für theoretische Physik, 2 *g*; Übungen in Demonstrationsversuchen und in der Anfertigung einfacher Apparate, 3 *g*. — **Szivessy**: Einführung in das physikalische Praktikum, 2; Vektorenrechnung und ihre Anwendung in der Physik, 2. —

Schenck: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 6; Chemisches Kolloquium (mit Ley), 1 *g*; Chemisches Praktikum (mit Ley), tägl. außer Sonnabend; Chemische Übungen für Mediziner (mit Kaßner und Ley), 4. — **Ley**: Physikalische Chemie II, 3. — **Ott**: Analytische Chemie I: Qualitative Analyse, 2, II: Quantitative Analyse, 1. — **Glund**: Chemie der Kohle, 1. — **Kaßner**: Über Gifte und deren Nachweis in Untersuchungsobjekten, 1 *g*; Organische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie und Medizin, 4; Kolloquium über pharmazeutische Präparate und die Gegenstände des deutschen Arzneibuchs, 1; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie mit besonderer Berücksichtigung der Zellulose- und Papierfabrikation und der Zündrequisiten, 1; Pharmazeutisch-chemische, maßanalytische und toxikologische Übungen im Laboratorium, Darstellung chemischer Präparate, Anleitung zur Bearbeitung wissenschaftlicher oder technischer Aufgaben, tägl. außer Sonnabend. — **Bömer**: Allgemeine Nahrungsmittelchemie und -analyse, 2; Chemie und Analyse der Gebrauchsgegenstände, 1 *g*. — **König**: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der angewandten Chemie, für Fortgeschrittene (mit Bömer), tägl. —

v. Lilienthal: Differential- und Integralrechnung I, 4; Funktionentheorie, 4; Übungen des mathematischen Oberseminars, 2 *g*. — **Killing**: Analytische Geometrie I, 4, Übungen, 1 *g*; Analytische Mechanik II, 4; Übungen des mathematischen Unterseminars, 2 *g*. — **Geilen**: Höhere Algebra, 3. — **Schewior**: Technische Mechanik I: Graphische Statik, 2, Übungen, 1 *g*, II: Festigkeitslehre, 2, Übungen, 1 *g*; Geodätisches Praktikum, 3; Instrumente der Geodäsie, Topographie und geographischen Ortsbestimmung, 1. — **Plaßmann**: Sphärische Trigonometrie und sphärische Astronomie, 3; Übungen im Beobachten und Rechnen, nach Verabredung *g*; Über den Mond, 2 *g*. —

Universität Rostock.

Heydweiller: Experimentalphysik: Allgemeine Physik, Akustik, Wärme, 5; Physikalische Übungen, 4; Wissenschaftlich-physikalische Arbeiten, tägl.; Physikalisches Seminar (mit Weber), 1. — **Weber**: Analytische Mechanik, 3; Thermodynamik, 2; Übungen zur theoretischen Physik, 1; Vektoranalysis, 1. —

Pfeiffer: Anorganische Chemie, 5; Eiweißchemie, 1; Großes chemisches Praktikum: Analytische und anorganisch-präparative Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Leitung wissenschaftlicher Arbeiten, tägl.; Kleines chemisches Praktikum, halbtägig; Übungen für Mediziner (mit Stoermer), 3, für Nahrungsmittelchemiker (mit Klosmann), halbtägig. — **Stoermer**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 3; Gerichtliche Chemie, 2; Chemie der Kohlehydrate, 1; Übungen in der organischen Abteilung des chemischen Laboratoriums: a) Großes chemisches Praktikum, b) Leitung wissenschaftlicher Arbeiten, tägl. — **Kümmell**: Elektrochemie, 2. —

Staude: Differential- und Integralrechnung, 4; Analytische Geometrie des Raumes, 4; Mathematisches Seminar, 2. —

Technische Hochschule Stuttgart.

v. Koch: Experimentalphysik: Elektromagnetismus, Induktion, Akustik, Optik, Elektrooptik, 4; Theoretische Physik, mit Einleitung: Mathematische Ergänzungen zur Experimentalphysik, 2; Physikalisches Praktikum, halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu physikalisch-wissenschaftlichen Arbeiten, täglich; Handfertigkeitspraktikum in Physik, für Vorgeschrittene, 2—3; Physikalisches Kolloquium, 2; Meteorologie, ausgewählte Kapitel, 1. — **Veesenmeyer**: Grundlagen der Elektrotechnik: Konstruktionen und Anlagen, 4; Dynamobau I, 1, II, 1; Elektrotechnische Konstruktionselemente (mit Heidenreich), Übungen, 4; Elektrotechnische Maschinenkonstruktionen (mit Heidenreich), Übungen I, 4, II, 8; Elektrische Betriebe, I, 1, II, 1; Einführung in das Projektieren elektrischer Anlagen (mit Heidenreich), Übungen, 4; Projektieren elektrischer Anlagen (mit Heidenreich), Übungen, I, 4, II, 8. — **Emde**: Gleichstromtechnik I, 2, II, 2, Übungen (mit Liebert), I, 8, II, 4. — **N. N.**: Elektrische Meßinstrumente und Meßmethoden I, 1, II, 1, Übungen (mit Streich und Frey), I, 8, II, 4; Schwachstromtechnik II, 2, Übungen (mit Streich und Frey), 4; Drahtlose Telegraphie, 2, Übungen (mit Streich und Frey), 4. —

Gutbier: Technische Chemie I: Anorganisch-chemische Großindustrie, 4; Übungen im Laboratorium für anorganische Chemie und anorganisch-chemische Technologie, tägl. außer Sonnabend. — **Küster**: Organische Experimentalchemie, 5; Pharmazeutische Chemie, Organischer Teil, 2; Toxikologie, 1; Übungen im Laboratorium für organische Chemie, organisch-chemische Technologie und Pharmazie (mit Herrmann), tägl. außer Sonnabend. — **Grube**: Physikalische Chemie, 3; Metallurgie, mit Ausschluß der Eisenhüttenkunde, 1; Übungen im Laboratorium für physikalische Chemie und Elektrochemie (mit Dulk), tägl. außer Sonnabend. — **Kauffmann**: Farbenchemie, unter besonderem Eingehen auf die Chemie mehrkerniger Benzolderivate, 2; Chemische Tagesfragen aus Wissenschaft und Technik, mit Exkursionen, 1. — **Schmidt**: Analytische Chemie, 3; Chemisches Seminar, 2. — **Bauer**: Harnanalyse mit Übungen, 1; Spezielle organische Chemie II, 2. —

Haller: Trigonometrische Übungen, 2. — **Kutta**: Höhere Mathematik II, 4, Übungen, 3, III, 4, Übungen, 2; Mathematisches Seminar, 2. — **Wölffing**: Funktionentheorie II: Elliptische Funktionen, 3; Variationsrechnung, 1 *g*. — **Mehmke**: Darstellende Geometrie, I, 3, Übungen, 4, II, 1, Übungen, 2; Analytische Mechanik, 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 1—2; Perspektive, 2 – 3. — **Kommerell**: Mathematische Geographie, 2: Einführung in die höhere Mathematik, 4, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Flächentheorie, 3, Übungen, 1; Synthetische Geometrie, 3, Übungen, 1. — **Kriemler**: Technische Mechanik: Dynamik und Hydraulik, 6, Übungen, 6; Statik, einschließl. der Elemente der graphischen Statik, Übungen, 2. — **v. Hammer**: Praktische Geometrie (Vermessungskunde) I, 4, Übungen, 4, II, 5, Messungsübungen, 4, Ausarbeitung der Messungen, 2; Geodätische Schlußübungen, 12 Tage; Ausgleichungsrechnung: Methode der kleinsten Quadrate, 2; Direkte Zeit- und geographische Ortsbestimmung, Übungen, 1; Übungen in praktischer Geometrie (mit Heer), 8. — **Heer**: Geodätische Übungen, 3. — **Köstlin**: Aerostatik und Aerodynamik, 2. — **Baumann**: Flugzeuge und ihre konstruktiven Einzelheiten, 2; Ausführliche Behandlung wichtiger Fragen des Kraftfahrzeugbaues, 2; Motoren für Land-, Wasser- und Luftfahrzeuge, 2; Maschinenkonstruktionen auf dem Gebiet des Luft- und Kraftfahrwesens, 4. —

Universität Tübingen.

Paschen: Experimentalphysik: Mechanik, Optik, 5; Physikalische Übungen für Anfänger, 4, Selbständige

physikalische Untersuchungen, ganztägig. — **Füchtbauer**: Theorie des Lichtes, mit Übungen, 4. —

Wislicenus: Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5, Ergänzungen, 1 *g*; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl., Voll- und Halbpraktikum, Abgekürztes Praktikum für Mathematiker und Forststudierende (mit Bülow), 2 oder 3 Halbtage, a) Analytisch-chemische Übungen (mit Bülow und Weinland), b) Chemisch-pharmazeutische Übungen (mit Weinland), c) Organisch-präparative Arbeiten (mit Kliegl), d) Physikalisch-chemische Übungen (mit Magnus), 1 Vormittag, e) Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Untersuchungen (mit v. Bülow, Weinland, Kliegl und Magnus). — **Thierfelder**: Physiologische Chemie der Kohlehydrate, Fette und Eiweißstoffe, 2; Praktisch-chemische Übungen für Anfänger I: Qualitative Analyse, 6, II: Quantitative Analyse und physiologisch-chemische Übungen, 6; Physiologisch-chemische Arbeiten für Geübtere, tägl. — **Bülow**: Analytische Chemie II, mit besonderer Berücksichtigung der praktischen Arbeiten im chemischen Laboratorium, $2^1/_4$; Die heterozyklischen Verbindungen, ihre Abkömmlinge und Beziehungen zur chemischen Industrie, 2. — **Weinland**: Chemie der Arzneistoffe, organischer Teil, $2^1/_4$; Maßanalyse, Ionentheorie, $^3/_4$; Chemie der Komplexverbindungen, $1^3/_4$. — **Kliegl**: Zyklische Verbindungen I: Einkernige Benzolderivate, 3. — **Magnus**: Physikalisch-chemisches Kolloquium, 1. — **Brigl**: Die Fermente, 1. —

Maurer: Höhere Analysis II, 4; Höhere Algebra, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Blaschke**: Anaiysis I: Differentialrechnung, 4; Flächentheorie, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **König**: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Ausgewählte Kapitel aus der anaiytischen und synthetischen Geometrie, 2. — **Happel**: Niedere Geodäsie: Praktische Geometrie, mit Übungen im Gelände, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Funktionentheorie, 2. — **Rosenberg**: Astrophysik, 2, Übungen, 1; Leitung selbständiger astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl. —

Universität Wien.

Lecher: Experimentalphysik II, 5; Anleitung für wissenschaftliche Arbeiten tägl. — **Franz Exner**: Physikalisches Praktikum, 6; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. — **Jäger**: Akustik, 5; Ausgewählte Kapitel der Mechanik, 1 *g*; Besprechung neuerer physikalischer Arbeiten (mit Meyer und Ehrenhaft), 1 *g*. — **Meyer**: Radioaktive Substanzen, 2; Anleitung zu radioaktiven Messungen (mit Heß), 3. — **Ehrenhaft**: Grundzüge der Optik und Strahlungstheorie, 5. — **Haschek**: Über die Grenzen der physikalischen Beobachtungen, 1. — **Przibram**: Die experimentellen Grundlagen der Atomistik (Fortsetzung), 1. — **Kohl**: Grundzüge der Potentialtheorie, 2. — **Nabl**: Theorie der Bildentstehung im Mikroskop, 2. — **Heß**: Über Wechselströme und elektrische Schwingungen, 2. — **Kohlrausch**: Physikalisches Praktikum, 6. — **Schrödinger**: Theorie ausgewählter Versuche des Meßpraktikums, 2. — **Sirk**: Einführung in die kinetische Gastheorie, 2, Übungen, 1. — **Flamm**: Dispersionstheorie, 1. — **Kottler**: Probleme der Beugung, 2. — **Felix v. Exner**: Ausgewählte Kapitel aus der Geophysik II, 3. — **Defant**: Klimatologie der österr. Alpenländer, 1. — **Schmidt**: Erdbebenapparate und ihre Aufzeichnungen, 1. — **Wagner**: Aerologische Meßmethoden, 1. — **Hinterberger**: Photographisches Praktikum, 6 Wochen; Praktischer Kurs über Mikrophotographie, 20. —

Wegscheider: Theoretische und physikalische Chemie II, 5; Chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend; Übungen in der chemischen Analyse, tägl. außer Sonnabend; Arbeiten im I. chemischen Laboratorium für Vorgeschrittene, tägl.; Besprechung neuerer physikochemischer Arbeiten (mit Billiter), 1 *g*. — **Schlenk**: Chemie II: Organische Chemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, tägl. — **Herzig**: Pharmazeutische Chemie, 5, Übungen, tägl. außer Sonnabend. — **Pollak**: Chemische Technologie: Anorganische Großindustrie, 3; Übungen über ausgewählte Kapitel der pharmazeutischen Chemie, 4. — **Franke**: Anleitung zur Ausführung chemisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Analytische Chemie II: Maß- und Gewichtsanalyse, 3. — **M. Kohn**: Besprechung neuerer chemischer Literatur, 1. — **Vortmann**: Chemische Übungen für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **Abel**: Chemische Kinetik, 2. — **Moßler**: Die Prüfungsmethoden der Pharm. Austr. VIII, 1. — **Kailan**: Ausgewählte Kapitel aus der physikalischen Chemie, 1. — **Zerner**: Probleme der organischen Chemie, 1. — **Klemenc**: Repetitorium der physikalischen Chemie, 2. — **Späth**: Repetitorium der analytischen Chemie, 2. — **Philippi**: Die Farbstoffe des tierischen und pflanzlichen Organismus, 1 *g*. —

v. Escherich: Bestimmte Integrale, 5; Elementarmathematik, 1 *g*; Proseminar für Mathematik, 1 *g*; Seminar für Mathematik, 2 *g*. — **Wirtinger**: Ausgewählte Kapitel der Funktionentheorie, 5; Elementarmathematik mit Übungen, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 2 *g*; Mathematisches Proseminar, 1 *g*. — **Eckhart**: Seminar: Kurs über darstellende Geometrie, 3 *g*. — **Furtwängler**: Differential- und Integralrechnung II, 5, Übungen, 1 *g*; Proseminar, 1 *g*; Seminar, 2 *g*. — **Oppenheim**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3; Höhere Geodäsie, 3; Theorie der Kometen, 2. — **G. Kohn**: Synthetische Geometrie (Fortsetzung), 4, Übungen, 1 *g*; Invariantentheorie, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik II: Öffentliche und private Versicherung, 5, Übungen, $1^1/_2$ *g*. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik II, 3. — **v. Schrutka**: Partielle Differentialgleichungen: Elementare Lösungsmethoden, mit physikalischen Anwendungen, 3. — **Roth**: Differentialgeometrie, (Fortsetzung), 2; Ebene algebraische Kurven, 2. — **Radon**: Affine Differentialgeometrie, 2. — **v. Hepperger**: Praktische Astronomie, 4. —

Technische Hochschule Wien.

N. N.: Physik, 3; Ausgewählte Kapitel der Physik, 2. — **Mache**: Physik, 5 und 4. — **Flamm**: Die Feinstruktur der Materie, 1. — **Sahulka**: Elektrotechnik, $4^1/_2$; Elektrotechnische Meßkunde, 2; Elektrotechnik, Praktische Übungen I (mit Keithoffer), 4. — **Reithoffer**: Enzyklopädie der Elektrotechnik, 2; Übungen zu Elektrische Schwingungen und Wellen, 4; Wechselstromtechnik, 2. — **Stehr**: Dynamobau, 3, Konstruktionsübungen, 6. — **R. Moser**: Kommutatormotoren für Ein- und Mehrphasen-Wechselstrom, 2. — **N. N.**: Elektrotechnik: Praktische Übungen II, 4. — **Hochenegg**: Bau und Betrieb elektrischer Anlagen einschließlich Stromverteilung, 3, Übungen, 4. — **Jüllig**: Elektrische Telegraphie und Eisenbahn-Signalwesen, 2. — **Zelisko**: Die Fernsprechtechnik, 2; Die Telegraphentechnik, 1. —

N. N.: Organische Chemie I, 5. — **Bamberger**: Übungen im Laboratorium der allgemeinen Experimentalchemie, tägl.; Enzyklopädie der technischen Chemie, 3; Praktische Übungen in der Ausführung technischer Proben, 3. — **Vortmann**: Analytische Chemie, 4, Übungen, für Anfänger, tägl. außer Sonnabend, für Vorgeschrittene, tägl. — **L. Moser**: Die technische Analyse anorganischer Stoffe, 2. — **Weißenberger**: Die Isotopie der Elemente, 2. — **v. Jüptner**: Theoretische und physikalische Chemie I, $1^1/_2$, II, 2, Übungen, 4; Chemische Technologie anorganischer Stoffe, 5, Übungen, 20. — **Praetorius**: Thermodynamik mit Einschluß der neueren Forschungen, 1. — **Zikes**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Technische Mykologie, 2, Übungen, 2. — **Böck**: Chemie der synthetischen organischen Arzneimittel, 2:

Chemie der Zellulose, 1. — **Suida**: Die wichtigsten Kapitel aus der Chemie der aromatischen Verbindungen, 2; Chemische Technologie organischer Stoffe, 5, Übungen, tägl. außer Sonnabend. — **Paweck**: Technische Elektrochemie, 3. — **Eder**: Photochemie und angewandte Photographie, 1; Photographisches Praktikum, 4. — **Abel**: Ausgewählte Kapitel aus der physikalischen Chemie, 2. — **Strache**: Beleuchtungsindustrie und Technologie der Heizgase, 2, Übungen, 4. — **Klimont**: Chemische Technologie der Mineralöle, 1; Technische Chemie der Fette, 1. — **Erban**: Chemische Textilindustrie II, 1. — **Oettinger**: Die in der Industrie verwendeten textilen Fasern, 2. — **Ruß**: Neuere Verfahren der anorganisch-chemischen Großindustrie, 2; Wirtschaftliche Bedeutung der chemischen Industrie, 1. — **Nußbaum**: Technische Elektrolyse der Alkalichloride, 1. — **Dolch**: Die allgemein-wirtschaftliche Bedeutung der Kohlevergasung, 1. —

Zsigmondy: Mathematik I, 4, Übungen, 1. — **Rothe**: Mathematik I, 5; Einführung in die Funktionentheorie, 2. — **Czuber**: Mathematik II, 4, Übungen, 1. — **Suppantschitsch**: Elemente der höheren Mathematik, 4. — **Radon**: Enzyklopädie der Mathematik, 3; Einführung in die Variationsrechnung, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 3, II, 3. — **Förster**: Politische Arithmetik, 2. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik, 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen, 4, Konstruktionsübungen, 6; Schraubflächen, 2, Konstruktionsübungen, 2; Seminar für darstellende Geometrie, 2. — **Schmid**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen 4, Konstruktionsübungen, 6; Projektive Geometrie II, 3, Konstruktionsübungen, 2. — **Danzer**: Theorie und konstruktive Behandlung der Regelflächen und Raumkurven 3. und 4. Ordnung, 2. — **Wieghardt**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper, 6, Übungen, $1^1/_2$. — **Jung**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper, $7^1/_2$, Übungen, 2; Vektoranalysis, 2. — **Wolf**: Einführung in die äußere Ballistik, 1. — **Leon**: Ausgewählte Kapitel der Festigkeitslehre und Materialprüfung, $1^1/_2$. — **Pollack**: Praktische Übungen zu den Elementen der niederen Geodäsie, 5. — **Doležal**: Niedere Geodäsie, 4 und $5^1/_2$, Übungen, 8; Ausgewählte Kapitel der niederen Geodäsie, $1^1/_2$; Geodätisches Seminar, 2; Photographische Meßkunst, Übungen, 2. — **Dokulil**: Übungen zur niederen Geodäsie, 10; Geodätisches Zeichnen: Situationszeichnen, 4; Technik des Katasterwesens, 2, Übungen, $2^1/_2$; Technische Terrainlehre, 2. — **Schumann**: Sphärische Astronomie, 4; Übungen im Beobachten und Rechnen, $3^1/_2$. —

Universität Würzburg.

Wien: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5; Praktische Übungen (mit Rau), 4 bzw. 8, für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Harms**: Theoretische Physik: Optik und Strahlentheorie, 4, Übungen, 2. — **Rau**: Elektrische Schwingungen, 1. —

Dimroth: Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Chemisches Kolloquium (mit Emmert, v. Halban und Skraup), 14tägig, 2 *g*; Organisch-chemisches Praktikum, tägl.; Anorganisch-chemisches Praktikum (mit Emmert und Skraup), tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten (mit Emmert, v. Halban und Skraup), tägl. — **Heiduschka**: Chemische Technologie I, 4; Die Grundlagen der Warenkunde des Welthandels, 2; Pharmazeutische Präparatenkunde II: Organische Präparate und Wertbestimmung von Drogen, 5; Nahrungsmittelchemie I, mit Exkursionen, 2; Chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich technisch-chemischer, gerichtlich-chemischer und nahrungsmittel-chemischer Arbeiten, tägl.; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich der Übungen in den für den Apotheker wichtigen Sterilisationsverfahren, tägl. — **Pauly**: Benzolchemie II: Polyzyklische Verbindungen, 1; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Emmert**: Maßanalyse, unter Berücksichtigung der durch das deutsche Arzneibuch vorgeschriebenen Methoden, 1; Erläuterungen zum chemischen Praktikum für Mediziner und Zahnärzte, 1. — **v. Halban**: Einführung in die mathematische Behandlung naturwissenschaftlicher, besonders chemischer Probleme, 2; Ausgewählte Probleme der physikalischen Chemie, 1; Physikalisch-chemischer Einführungskurs, 4. — **Skraup**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie: Tautomerie, Substitutionsprobleme, Prinzipien der Konstitutionsbestimmung, 1; Einführung in die Kolloidchemie, 2. —

Rost: Integralrechnung, mit Übungen, 5; Repetitorium der höheren Geometrie II, 3; Anwendungen der Differentialrechnung auf die Theorie der ebenen Kurven, 4 *g*; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten, nach Verabredung *g*. — **v. Weber**: Funktionentheorie, 4; Repetitorium der höheren Analysis II, 3; Repetitorium der analytischen Mechanik II, 2. — **Hilb**: Darstellende Geometrie der krummflächig begrenzten Körper, 4; Repetitorium der Elementarmathematik, einschließlich der Grundlagen der Arithmetik und Geometrie II, 3; Axonometrie und Perspektive, 2. — **Widder**: Analytische und synthetische Geometrie der Kegelschnitte, 4; Übungen zur darstellenden Geometrie II (mit Göpfert), 4 *g*. —

Universität Zürich.

Meyer: Experimentalphysik: Elektrizität und Optik, 5; Ausgewählte Kapitel der Physik, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger, $3^1/_2$, für Vorgerücktere, tägl. außer Sonnabend; Ausführung selbständiger wissenschaftlicher Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Greinacher**: Radiologie IV: Radioaktivität, 1; Radiologisches Praktikum, 4; Die moderne Anschauung über Elektrizität, 1. — **Ratnowsky**: Theorie der Elektrizität, 4, Übungen, 1. — **Wolfke**: Wärmestrahlung und Quantentheorie, 2. — **Tank**: Physikalisches Seminar: Elektrische Meßmethoden, 1. — **Meißner**: Theorie und Anwendung des Mikroskops, 1. —

Werner: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisch-analytisches Praktikum, tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere: Präparative Arbeiten, Ausführung selbständiger Arbeiten, tägl., Chemisches Halbpraktikum für Naturwissenschaftler. — **Abeljanz**: Quantitative chemische Analyse mit Berücksichtigung der elektrolytischen Methoden, 2; Nahrungsmittelchemie, 1; Anleitung zu chemischen Arbeiten im Laboratorium, 1; Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Praktikum, 3 Tage, für Lehramtskandidaten, 6; Übungen im Untersuchen von Nahrungs- und Genußmitteln, 4. — **Karrer**: Aromatische Chemie II, 3; Alkaloide, 2. — **Jantsch**: Kohlehydrate, Fette, Wachse und Lipoide, 2. — **Dubsky**: Entwicklungsgeschichte der Chemie im 19. Jahrhundert, 1; Riechstoffe: Chemische Konstitution und Geruch, 1. — **Lifschitz**: Physikalische Chemie III, 2; Kolloidchemie, 2. — **Agthe**: Die technisch wichtigsten Stickstoffverbindungen, 1. —

Fueter: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4, Übungen, 1; Die Differentialgleichungen der Physik, 4; Mathematisches Seminar (mit Speiser), 1. — **Speiser**: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 1; Variationsrechnung, 4. — **Bützberger**: Elemente der darstellenden Geometrie mit Übungen, 4. — **Gonseth**: Angewandte Mathematik: Darstellende Geometrie II, 4. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 9; Einleitung in die Astrophysik, 2; Grundzüge der geographischen Ortsbestimmung, 3. —

Technische Hochschule Zürich.

Weiß: Physik II, 4, Repetitorium, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schweitzer), 4, 6 und 8;

Wissenschaftliche Arbeiten in Physik, 8, 12, 24, tägl. — **Schweitzer**: Physik II, 3, Ergänzungen, 1, Repetitorium, 1; Experimentalphysik, 4, Repetitorium, 1. — **Wolfke**: Wärmestrahlung und Quantentheorie, 2 *g*; Einführung in die statistische Mechanik, 2 *g*. — **Piccard**: Physik und Chemie der Radio-Elemente, 2 *g*. — **Brentano**: Elektronentheorie auf elektrischem und optischem Gebiete, 2 *g*. — **Barbieri**: Photographie II, 1 *g*; Photogrammetrie, 1 *g*; Photographisches Praktikum, 2; Mikrophotographie, 1 *g*. — **Kuhlmann**: Theoretische Elektrotechnik I, 4, III, 4; Elektrotechnisches Laboratorium IIa, 4 und 8. — **Tobler**: Schwachstromtechnik II, 2. — **Farny**: Elektrische Maschinen II: Gleichstrom, 3 *g*; Konstruktionsübungen in elektrischen Maschinen, 9. — **N. N.**: Drahtlose Telegraphie und Hochfrequenzmaschinen, 1; Kriegselektrotechnik, 1. — **Wyssling**: Elektrische Anlagen II, 3; Elektrische Bahnen, 3; Diplomarbeiten in elektrischen Anlagen (mit Kuhlmann und Farny). — **Wirz**: Zähler- und Meßwandlerprüfungen nach den gesetzlichen Vorschriften, 1. —

Winterstein: Organische Chemie, 3, Repetitorium, 1; Physiologische Chemie, 2; Anleitung zu dem agrikulturchemischen Praktikum, 1; Agrikulturchemisches Praktikum, 8, für Vorgerücktere, tägl.; Physiologisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Baur**: Physikalische Chemie I, 2, Repetitorium, 1; Technische Elektrochemie, 2, Repetitorium, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 8; Elektrochemisches Praktikum, 4; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Boßhard**: Anorganische chemische Technologie II: Alkalien, Chlor, Phosphate, 3, Repetitorium, 1, III: Silikate, 2, Repetitorium, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Eder**: Pharmazeutische Chemie II, 2; Pharmakognosie II, 3; Toxikologie, 2; Ätherische Öle, 1; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum I, 12, II, mit praktischem Kurs in Harnanalyse, 12; Technische Mikroskopierübungen I: Einführung in die mikroskopische Technik und Studium von Stärke und Fasern, 3; Pharmakognostische und pharmazeutisch-chemische Arbeiten für Vorgerücktere, tägl.; Harnanalyse, 1. — **Fierz**: Organische Technologie III: Teerprodukte und Explosivstoffe, 2, IV: Künstliche organische Farbstoffe, 3, Repetitorium, 1, V: Technologie der Kohlehydrate und Gärung, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Ott**: Chemisch-physikalisches Praktikum für Gasingenieure, 2 Wochen. — **Ruzicka**: Methoden der organischen Chemie, 1. — **Staudinger**: Organische Chemie, 6, Repetitorium, 1; Organische Chemie. Spezieller Teil II, 2, Repetitorium, 1; Chemisches Praktikum, 24, 10 und tägl., für Vorgerücktere, tägl. — **Treadwell**: Analytische Chemie II, 2; Probierkunde mit Übungen, 2; Analytisches Praktikum, 20, 16, 10; Chemisches Praktikum, 2 und 4; Analytisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl.; Thermodynamik technischer Gasreaktionen, 1. —

Hurwitz: Zahlentheorie, 4; Mathematisches Seminar (mit Weyl), 2. — **Amberg**: Einführung in den mathematischen Unterricht, 1—2 *g*. — **Baeschlin**: Vermessungskunde I, 3, Übungen I, 3, III, 4, Übungen II, 8; Vermessungsübung, 2 Wochen, Große Vermessungsübung, 3—4 Wochen; Konstruieren geodätischer Instrumente, 2; Diplomarbeit in Vermessungswesen, 6 Wochen. — **Beyel**: Rechenschieber mit Übungen, 1; Darstellende Geometrie: Axonometrie, Oberflächen usw., 2; Projektive Geometrie: Kegelschnitte, 1. — **Franel**: Höhere Mathematik II, 6, Repetitorium, 1, Übungen, 2. — **Gonseth**: Graphische Rechnung, 1, Übungen, 1; Verteilende Rechnungsarten, 2. — **Großmann**: Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 3; Projektive Geometrie, 4. — **Hirsch**: Höhere Mathematik II, 6, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Mathematische Übungen, 2. — **Kienast**: Lineare Differentialgleichungen, 2. — **Kollros**: Anwendungen der beschreibenden Geometrie, 2, Übungen, 3; Neuere Geometrie, 2. — **Kraft**: Geometrische Analysis, 3; Kinematik, 2; Die Grundkräfte der Welt, 1. — **Polya**: Einführung in die Analysis reeller Größen II, 2 *g*; Der Zufall, seine Gesetze, seine wissenschaftliche Rolle, 1. — **Rudio**: Anwendungen der höheren Mathematik, 4. — **Weyl**: Funktionentheorie, 4; Elektrizität und Gravitation, 3. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 3; Einleitung in die Astrophysik, 2; Grundzüge der geographischen Ortsbestimmung mit Übungen, 2. — **Zwicky**: Vermessungskunde, 5; Feldmessen, 8; Brücken- und Wasserbau, 3, Konstruktionsübungen, 3; Kulturtechnik II, 2, Konstruktionsübungen, 2. —

Angebote.

Physiker oder Ingenieur

für Anfangsstellung in unserem physikalischen Laboratorium gesucht. Angebote mit Lebenslauf, Gehaltsansprüchen, womöglich mit Lichtbild an **Siemens & Halske A.-G.**, Glühlampenwerk, **Berlin-Charlottenburg,** Helmholtzstr. 4.

Gesuche.

Physiker

(promoviert mit Staatsexamen), bisher im Militärdienst tätig gewesen, sucht Stellung an einem größeren wissenschaftlichen oder industriellen Institut. Offerten unter **S. H. 543** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstr. 2 erbeten.

Optische Institute

Stellung als **wissenschaftlicher Mitarbeiter** oder auch als **auswärtiger Berater** gesucht von Physiker mit langjähriger praktischer Erfahrung. Auch Beratung in Einzelfragen. Angebote unter **S. H. 544** durch den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstr. 2 erbeten.

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. P. Debye in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

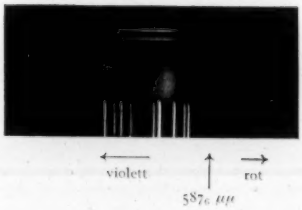
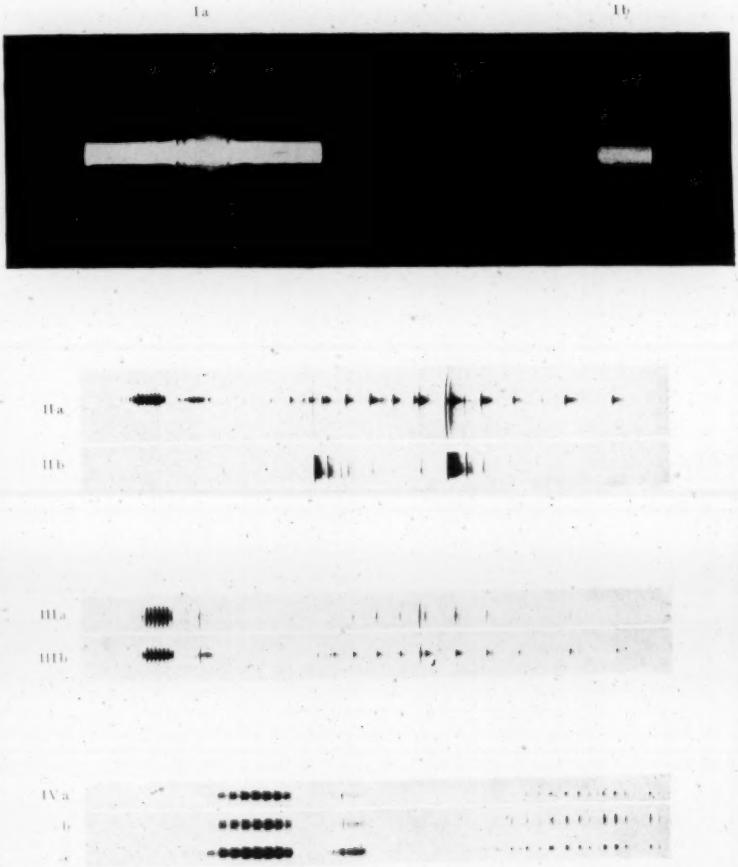


Fig. 2



W. Steubing, Eine diamagnetische Erscheinung in leuchtendem Stickstoff und magnetisches Verhalten seiner Bandenspektra.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.